UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS

ESTRUTURA CURRICULAR

DO PROGRAMA DE

PÓS-GRADUAÇÃO

EM

MATEMÁTICA PURA E APLICADA

DOUTORADO

2016

PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE DOUTORADO EM MATEMÁTICA

O Programa de Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada da UFSC oferece cursos de pós-graduação stricto sensu com o objetivo de formar pesquisadores em Matemática Pura ou Aplicada e é dirigido a alunos que tenham o grau de Mestre em Matemática ou áreas afins, assim como graduados nestas áreas que tenham um excepcional talento para a Matemática.

O curso de doutorado terá a duração mínima de vinte e quatro e máxima de
quarenta e oito meses, prorrogável por até dois anos.

O Curso de Doutorado em Matemática leva o aluno à obtenção do título de:

“Doutor em Matemática”

O titulado receberá o título de Doutor em Matemática em uma das seguintes áreas de concentração:

Álgebra
Análise
Geometria e Topologia
Matemática Aplicada

ESTRUTURA DO CURSO DE DOUTORADO

O currículo do Curso de Doutorado é composto de:

a) Disciplinas regulares divididas em dois grupos, listadas abaixo.
b) Todas as disciplinas regulares do Curso de Doutorado são de natureza teórica e de caráter eletivo.
c) Disciplina “Estágio de Docência”, com 4 créditos, obrigatória para todos os alunos. O Estágio de Docência é constituído de atividades didáticas, supervisionadas por um professor (denominado de tutor), em que o aluno da Pós-Graduação ministra aulas em turmas regulares de graduação da nossa Universidade, em conformidade com a Resolução Complementar à Resolução Normativa n.º 05/CUn/2010.
d) Disciplina “Colóquio de Matemática” com 2 créditos. A disciplina consta de palestras proferidas por pesquisadores locais ou convidados e será oferecida sempre que possível.
e) Tese de doutorado, com 12 créditos.
f) O aluno deve satisfazer os requisitos especificados no Regimento Interno do Programa quanto à carga horária mínima.
g) Dois exames de qualificação escritos, conforme Artigo 36 do Regimento Interno, além de um exame de qualificação oral (ver seção III na estrutura curricular do curso de doutorado).

i) As provas escritas de qualificação serão oferecidas no início de cada semestre, se houver candidatos inscritos;
ii) O aluno que estiver cursando o segundo ano do doutorado, poderá solicitar exame de qualificação no final do segundo semestre letivo do ano em curso;
iii) o discente deverá realizar a primeira prova escrita até o início do quarto semestre e **ter aprovação nas duas provas escritas** até o início do quinto semestre letivo;
iv) Em caso de reprovação em qualquer prova escrita o aluno poderá repeti-la uma única vez, obrigatoriamente na próxima oportunidade, e na mesma área de estudos que foi reprovado;

DISCIPLINAS REGULARES (ELETIVAS) DO CURSO DE DOUTORADO

Disciplinas de Mestrado

Código	Nome	Créditos
410018	Cálculo Avançado	06
410029	Análise Funcional	06
410019	Álgebra Linear	06
410024	Álgebra Linear Computacional	06
410028	Análise Numérica I	06
410027	Medida e Integração	06
410026	Topologia	06
410057	Sistemas Dinâmicos	06
410071	**Grupos Finitos e suas Representações**	**06**
410073	**Métodos Matemáticos para Estatística**	**06**

Disciplinas de Doutorado:

Código	Nome	Créditos
510011	Álgebras de Operadores	06
510009	Variedades Diferenciáveis	06
510008	Topologia Algébrica	06
510014	Introdução às Álgebras de Hopf	06
510015	Teoria de Aneis Não-Comutativos	06
510005	Coaneis e Comódulos	06
510012	Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev	06
510007	Probabilidade e Processos Markovianos	06
510016	Teoria Ergódica e de Informação	06
510006	Dinâmica Simbólica	06
510013	Análise Numérica II	06
510010	Análise Convexa	06
510050	Fibrados em Variedades Diferenciáveis	06
510034	Álgebra Comutativa	06
510020	Introdução à Teoria de Regularização	06
510040	Introdução à Teoria de Categorias	06
510049	**Modelagem Matemática: Biomatemática**	**06**
510001	C*-Álgebras	06
510051	Álgebras de Von Neuman	06
510037	C*-Sistemas Dinâmicos e Produtos Cruzados	06
510032	Módulos de Hilbert e Fibrados de Fell	06
510017	K-Teoria para C*-Álgebra	06
510052	Teoria Avançada de Módulos	06
510018	Equações Diferenciais Parciais Não Lineares	06
510033	Equações Diferenciais Parciais Elípticas	06
510053	Introdução à Teoria Matemática das Equações de Navier-Stokes	06
510002	Teoria de Semigrupos e Aplicações em EDP's	06

510026	Atratores em Espaços de Dimensão Infinita	06
510025	Álgebra Linear Computacional II	06
510027	Métodos Espectrais	06
510019	Métodos Computacionais de Otimização	06
510022	Introdução à Otimização Contínua	06
510058	**Análise Funcional Aplicada (alteração - nova)**	**06**
510054	Geometria Riemanniana	06
510055	Métodos Iterativos para Problemas Inversos	06
510059	**Métodos de Análise Não –Linear (alteração - nova)**	**06**
510056	**Elementos de Teoria Espectral**	**06**
510057	**Introdução à Cohomologia de Grupos**	**06**
510046	**Grupoides, Semigrupos Inversos de suas C*-álgebras**	**06**
510044	**Métodos de Elementos Finitos de Galerkin Descontínuo para Problemas de Fluxos Multifásicos em Meios Porosos**	**06**
--	Tópicos Variados	06

Disciplinas Complementares	Créditos
MTM410025 Estágio de Docência	04
MTM410060 Colóquio de Matemática I	02
MTM410061 Colóquio de Matemática II	02
MTM410062 Colóquio de Matemática III	02
MTM410063 Colóquio de Matemática IV	02
MTM510036 Tese de Doutorado	12

EMENTAS DAS DISCIPLINAS

CÁLCULO AVANÇADO
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Diferenciação em Rn, Campos Vetoriais, Formas Diferenciais e Teorema de Stokes.

Seção 1 - Diferenciação em Rn .
1.1 - Funções f : Rn ! R .
1.1.1 Derivadas Parciais.
1.1.2 Teorema de Schwarz.
1.1.3 Fórmula de Taylor.
1.1.4 Hessiana de uma função, análise dos pontos críticos.
1.2 - Funções Implícitas .
1.2.1 Teorema da Função Implícita.
1.2.2 Hipersuperfícies.
1.2.3 Multiplicadores de Lagrange.
1.3 - Aplicações Diferenciáveis f : Rm ! Rn .
1.3.1 A Derivada como transformação linear.
1.3.2 Regra da Cadeia. Mudança de Coordenada em Rn.
1.3.3 Teorema da Função Inversa.
1.3.4 Forma Local das Submersões e das Imersões.
1.3.5 Exemplos.

Seção 2 - Campos Vetoriais .
2.1 - Exemplos. Operadores Diferenciáveis .
2.1.1 Campos Conservativos.
2.1.2 Campos Lineares em Rn, n _ 3.
2.1.3 Campos como Operadores Diferenciais.
2.1.4 Derivada de Lie de um Campo Vetorial.
2.1.5 Álgebra de Lie dos Campos Vetoriais. Integrabilidade.
2.1.6 Operadores Diferenciais Rotacional e Divergente.
2.2 - Fluxos de Campos Vetoriais .
2.2.1 Fluxos.
2.2.2 Fluxos Lineares em Rn, n _ 3.
2.2.3 Teorema de Existência Local, Unicidade e Diferenciabilidade de Fluxos.

Seção 3 - Integração Vetorial .
3.1 - Teoremas Clássicos de Integração .
3.1.1 Teorema Fundamental do Cálculo, Stokes e Gauss.
3.2 - Formas Diferenciais .
3.2.1 Álgebra Exterior.
3.2.2 Formas Diferenciais.
3.2.3 Operador Derivada Exterior.

3.2.4 Teorema de Stokes.
3.2.5 Aplicações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A numeração atribuída as referência bibliográficas em cada seção representa a ordem, em importância, sugerida pela presente proposta.

1. Seção 1

[1] - Lima, Elon L. - Análise Real, Funções de n Variáveis, vol 2, Coleção Matemática Universitária, IMPA.

[2] - Spivak,M - Calculus on Manifolds - Benjamin/CUmminings Publ. Company.

2. Seção 2

[1] - Abraham,R.; Marsden,J.E. and Ratiu,T. - Manifolds, Tensor Analysis and Applications - Applied Mathematical Sciences 75, Springer.

[2] - Smale,S. and Hirsch,M. - Diferential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra - Mathematics 60, Academic Press.

[3] - Spivak, M. - Diferential Geometry - Publish or Perish.

3. Seção 3

[1] - Spivak,M - Calculus on Manifolds - Benjamin/CUmminings Publ. Company.

[2] - Guillemin,V. and Pollack,A. - Di_erential Topology - Prentice Hall.

ANÁLISE FUNCIONAL
PRÉ-REQUISITOS: Álgebra Linear e Análise.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Espaços normados, espaços com produto interno, teoremas fundamentais para espaços normados, teoria espectral para operadores lineares em espaços normados e teoria espectral para operadores compactos em espaços normados.

OBJETIVO: Introduzir ao aluno algumas ferramentas de análise funcional, correlacionando as mesmas com as diversas áreas da matemática onde elas são necessárias.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Espaços normados e espaços de Banach - Cap. 2 do livro texto 1, seções:
2.2. Espaços normados e espaços de Banach.
2.3. Propriedades de espaços normados
2.4. Espaços normados de dimensão finita
2.5. Compacidade e dimensão finita
2.6. Operadores lineares
2.7. Operadores limitados e contínuos
2.8. Funcionais lineares
2.9. Operadores lineares em espaços de dimensão finita
2.10. Espaços de operadores. Espaço dual

II. Espaços com produto interno e espaços de Hilbert – Cap. 3 do livro texto 1, seções:
3.l. Espaços com produto interno. Espaços de Hilbert
3.2. Propriedades de espaços com produto interno
3.3. Somas diretas e complemento ortogonal
3.4. Conjuntos e sequências ortonormais
3.5. Séries relacionadas a conjuntos e sequências ortonormais
3.6. Conjuntos e séries totalmente ortonormais
3.8. Representação de funcionais em espaços de Hilbert
3.9. Operador adjunto (de Hilbert)
3.10. Operadores auto-adjuntos, unitários e normais.

III. Teoremas fundamentais em espaços normados e espaços de Banach – Cap. 4 do livro texto 1, seções:
4.1. Lema de Zorn
4.2. Teorema de Hanh-Banach
4.3. Teorema de Hanh-Banach para espaços vetoriais complexos e espaços normados
4.4. Aplicações à funcionais lineares em C([a,b])
4.5. Operador adjunto
4.6. Espaços reflexivos
4.7. Teorema da limitação uniforme
4.8. Convergência forte e fraca

4.9. Convergência de sequências de operadores e funcionais
4.12. Teorema do mapeamento aberto
4.13. Teorema do gráfico fechado

IV. Teoria Espectral para operadores lineares – Cap. 7 do livro texto 1, seções:
7.1. Teoria espectral em espaços de dimensão finita
7.2. Conceitos básicos
7.3. Propriedades espectrais de operadores lineares limitados
7.4. Mais propriedades do resolvente e do espectro
7.5. Uso de análise complexa em teoria espectral
7.6 Álgebras de Banach

V. Teoria espectral para operadores compactos – Cap. 2 do livro texto 2, seções:
4. Operadores compactos
5. A diagonalização de operadores compactos auto-adjuntos
7. O teorema espectral e cálculo funcional para operadores compactos normais

BIBLIOGRAFIA:
Livros textos:
1.Erwin Kreyszig, *Introductory Functional Analysis with Applications*, John Wiley, 1989.
2.Conway, John B., *A Course in Functional Analysis*, 2nd edition, Springer-Verlag, 1994.
Bibliografia complementar:
1.Dunford, N.; Schwartz, J. T., *Linear Operators. Part 1 and 2*, John Wiley
2.Eidelman, Yuli, Vitali Milman, and Antonis Tsolomitis, *Functional Analysis: An Introduction*, American Mathematical Society, 2004.
3.Hirsch F., Lacombe G., *Elements of Functional Analysis*, Springer 1999.
4.Kolmogorov, A. N., Fomin, S. V., *Elementos da Teoria das Funções e de Análise Funcional*. Mir, 1982.
5.Rudin, W. K., *Functional Analysis*, Boston, McGraw-Hill, 1991.
6.Pietsch, Albrecht, *History of Banach spaces and linear operators*, Birkhauser Boston Inc., 2007.

ÁLGEBRA LINEAR
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Revisão de conceitos básicos sobre espaços vetoriais: subespaços, base e dimensão, coordenadas. Revisão de transformações lineares, o espaço das transformações lineares e isomorfismos. Capítulos 3, 6, 7, 8, 9 e 10 do livro texto, ou seja, espaços dual e bidual, formas canônicas elementares, forma canônica de Jordan, espaços com produto interno, operadores sobre espaços com produto interno e formas bilineares.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a assuntos importantes de álgebra linear que são aplicados em diferentes áreas da matemática.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Espaços vetoriais e transformações lineares (**recordação**) - Cap. 2 e 3 do livro texto, seções:
2.1. Espaços vetoriais.
2.2. Subespaços vetoriais.
2.3. Bases e dimensão.
2.4. Coordenadas.
3.1. Transformações lineares.
3.2. A álgebra das transformações lineares.
3.3. Isomorfismo.
3.4. Representações de transformações lineares por matrizes.

II. O dual e o bidual – Cap. 3 do livro texto, seções:
3.5. Funcionais lineares.
3.6. O bidual.
3.7. A transposta (adjunta) de uma transformação linear.

III. Formas canônicas – Cap. 6 do livro texto, seções:
6.2. Valores característicos.
6.3. Polinômios anuladores.
6.4. Subespaços invariantes.
6.6. Decomposições em somas diretas e espaços quociente (apêndice A.4 do livro texto).
6.7. Somas diretas invariantes.
6.8. O teorema da decomposição primária.

IV. A forma canônica de Jordan – Cap. 7 do livro texto, seções:
7.1. Subespaços cíclicos e anuladores.
7.2. Decomposições cíclicas.
7.3. A forma de Jordan.

V. Espaços com produto interno – Cap. 8 do livro texto, seções:
8.1. Produtos internos.
8.2. Espaços com produto interno.

8.3. Funcionais lineares e adjuntos.
8.4. Operadores unitários.
8.5. Operadores normais.

VI. Operadores sobre espaços com produto interno – Cap. 9 do livro texto, seções:
9.2. Formas sesquilineares sobre espaços com produto interno.
9.5. Teoria espectral.

VII. Formas bilineares – Cap. 10 do livro texto, seções:
10.1. Formas bilineares.
10.2. Formas bilineares simétricas.
10.3. Formas bilineares anti-simétricas.

BIBLIOGRAFIA:
Livro(s) Texto(s)):
3.K. Hoffman and R. Kunze – *Álgebra Linear* – LTC, 2ª edição 1979.
Bibliografia complementar:
7.W. H. Greub – *Linear Algebra* – Springer-Verlag, third edition 1967.
8.S. Roman - *Advanced Linear Algebra* – Springer-Verlag, third edition 2008.
9.E. L. Lima - *Álgebra Linear* – IMPA, sexta edição 2003.
10.P. R. Halmos – *Finite-dimensional vector spaces* – Springer, second edition 1958.

ÁLGEBRA LINEAR COMPUTACIONAL
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Análise matricial. Decomposição em valores singulares. Sensibilidade de sistemas de equações lineares. Decomposição QR. Métodos para problemas de quadrados mínimos lineares. Análise de sensibilidade. Métodos iterativos clássicos para sistemas lineares. Introdução a Métodos baseados em subespaços de Krylov.

OBJETIVO:
Apresentar conceitos da Álgebra Linear sob o ponto de vista da análise matricial enfatizando o papel de resultados fundamentais da área na solução de problemas lineares provenientes de aplicações.

PROGRAMA
UNIDADE I - Normas de vetores e matrizes, decomposição em valores singulares e sensibilidade numérica de sistemas de equações lineares (Cap. 2 do livro texto 1).
1.1 Normas vetorias e normas matriciais.
1.2 Decomposição em valores singulares.
1.3 Projeções Ortogonais e distância entre subespaços.
1.3 Decomposição CS.
1.4 Sensibilidade dos sistemas lineares quadrados.

UNIDADE II - Álgebra numérica matricial (Cap. 3 e Cap. 4 do livro texto 1)
2.1 Transformações matriciais (Householder, Givens, Gauss).
2.2 Fatoração LU. Pivotamento.
2.3 LU por blocos
2.4 Sistemas Lineares especiais.
2.5 LU por blocos

UNIDADE III - Ortogonalização e Método dos quadrados mínimos (Cap. 5 livro texto 1)
3.1 Propriedades.
3.2 Métodos de Householder, Gram-Schmidt e Givens.
3.3 Problema de quadrados mínimos e as equações normais
3.4 Fatoração QR com pivotamento e SVD.
3.5 Análise de sensibilidade

UNIDADE IV - Métodos iterativos para sistemas lineares e Introdução a métodos baseados em subespaços
de Krylov (Cap. 6 do livro texto 2)
4. 1 Métodos iterativos clássicos (Jacobi, Gauss-Seidel, SOR)
4.3 Aceleração polinomial e método semi-iterativo de Chebyshev.
4.4 Introdução a subespaçoes de Krylov
4.4 Métodos do gradiente e gradiente conjugado. Precondicionamento.

BIBLIOGRAFIA

Livro texto 1:

GOLUB, Gene H.; VAN LOAN, Charles F. Matrix computations. 3rd. ed. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996.

Livro Texto 2:

DEMMEL, James W.; Applied Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997.

Bibliografia Complementar:

a) BHATIA, Rajendra. Matrix analysis. New York: Springer, 1996.

b) GREENBAUM, Anne; Iterative Methods for Solving Linear Systems. Philadelphia: SIAM, 1997..

c) HORN, Roger A.; JOHNSON, Charles R. Matrix analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

d) MEYER, Carl D. Matrix analysis and applied linear algebra. Philadelphia: SIAM, 2000.

e) TREFETHEN, Lloyd N.; BAU, David. Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997.

f). WATKINS, David S. Fundamentals of matrix computations. New York: J. Wiley, 1991.

ANÁLISE NUMÉRICA I
PRÉ-REQUISITO: Álgebra Linear Computacional
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Equações diferenciais ordinárias. Métodos de um passo e de múltiplos passos, implícitos e explícitos. Estabilidade dos métodos. Problemas Stiff. Métodos para problemas (lineares e não lineares) de Valor na Fronteira 1D. Equações diferenciais parciais. Idéias básicas de diferenças finitas. Convergência, consistência, estabilidade, o Teorema de Lax.. Equações parabólicas 2D: convergência, estabilidade. Equações elípticas 2D. Condições de Dirichlet e Neumann. Equações hiperbólicas 1D, Condição de Courant-Friedrichs-Lewy. Dispersão e Dissipação: algumas idéias. Leis de conservação 1D: caso escalar.

OBJETIVO: Desenvolver métodos numéricos clássicos para equações diferenciais ordinárias e parciais focando os aspectos tóricos juntamente com as implementações práticas.

PROGRAMA DETALHADO:
1- Métodos Numéricos para problemas de Valor Inicial e Problemas de Valor na Fronteira paraEquações Diferenciais Ordinárias (Capítulos 5, 6, 7, 8 e 2 do livro Texto 1, e Capítulos 5 e 6 do livro Texto 2).
1.1 Métodos para problemas de valor inicial de um passo e múltiplos passos, implícitos e explícitos. Estimativa de erro.
1.2 Estabilidade de métodos de múltiplos passos: A *condição de raiz.* Estabilidade absoluta e regiões de estabilidade para métodos de múltiplos passos, regiões de estabilidade relativa. Métodos para problemas *Stiff*. A-Estabilidade e L-Estabilidade.
1.3 Métodos para problemas de Valor na fronteira (lineares e não lineares). Métodos das Diferenças Finitas e Método Shooting. Estimativa de erro. Consistência, convergência e estabilidade.
1.4 Introdução a Métodos de Projeção para Problemas de Valor na Fronteira. Métodos de Colocação e Galerkin, e introdução a Métodos Pseudo espectrais.

2 - Comparação de Métodos II Método das Diferenças Finitas para Equações Diferenciais Parciais (Capítulos 9, 10, 3 e 11 do livro Texto 1).
2.1 Equações Parabólicas: Métodos explícitos e implícitos. Método de Crank-Nicholson. Natureza Stiff da equação do calor. Análise de erro e acurácia. Estabilidade econvergência. Análise de Von Neumann. Métodos Semi discretos. Problemas em duas e trêsdimensões. Métodos ADI.
2.2 Equações Elípticas. Métodos de diferenças finitas para a equação de Poisson. Principio do Máximo no caso discreto.
2.3 Equações Hiperbólicas. Equações da Onda e de Advecção. Métodos explícitos e implícitos. Métodos de Lax-Friedrichs, Lax-Wendroff e Upwind. Estabilidade. Métodos Semi Discretos Condição de Courant-Friedrichs-Levy. Método das Características.
2.4 Métodos para Sistemas Hiperbólicos. Problemas de Valor Inicial e de Fronteira: Análise Upwind.

2.5 Equações Mistas: Convecção Difusão, Reação Difusão, Korteweg-de Vries (KdV). Métodos Acoplado das Linhas e da Série de Taylor..

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto 1:

1. Leveque, R., *Finite Difference Methods for ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems* – Classics in Applied Mathematics, SIAM 2007.

Livro texto 2:

1. Golub, G. H., Ortega J. M. *Scientific Computing and Diferential Equations, an Introduction to Numerical Methods,* Academic Press , Boston 1992.

Bibliografia complementar:

1. Thomas, J. W., *Numerical partial differential equations*. Texts in Applied Mathematics, 33, Springer (1999).
2. Strikwerda, John C., *Finite difference schemes and partial differential equations*, Second Edition, SIAM, 2004.
3. Burden, R. L. Faires, J. D., *Numerical Analysis*, PWS-Kent Publishing Company, 2009.
4. Atkinson, K. E. *An Introduction to Numerical Analysis,* Second Edition, John Wiley 1988.
5. Gautschi, W. *Numerical Analysis – An Introduction*, Birkauser, London 1997.

MEDIDA E INTEGRAÇÃO
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Funções mensuráveis, medidas, integral, funções integráveis, espaços L_p, formas de convergência, decomposição de medidas, geração de medidas, medidas produto, medida de Lebesgue.

OBJETIVO: Propiciar ao aluno condições de dominar e aplicar os conceitos relativos à teoria da medida.

PROGRAMA DETALHADO:
Parte I: Elementos de Integração
1. Introdução – Cap. 1 do livro texto:
- Razões para o desenvolvimento da integral de Lebesgue.
- Comparação com a integral de Riemann.
- Números reais estendidos.

2. Funções mensuráveis – Cap. 2 do livro texto:
- Funções e conjuntos mensuráveis.
- Funções complexas.
- Funções entre espaços mensuráveis.

3. Medidas – Cap. 3 do livro texto:
- Medidas.
- Espaços de medida.

4. Volumes de blocos e intervalos – Cap. 11 do livro texto:
- Intervalos, blocos em R^n, volume n-dimensional, invariância por translação.

5. Medida exterior – Cap. 12 do livro texto:
- A medida exterior em R^n, propriedadesda medida exterior, invariância por transçação.

6. Conjuntos mensuráveis – Cap. 13 do livro texto:
- σ-álgebras, medida em uma σ-álgebra.
- A condição de Carathéodory, teorema de Carathéodory.
- Conjuntos de Lebesgue, medida de Lebesgue, unicidade da medida de Lebesgue, algumas propriedades.

7. A integral – Cap. 4 do livro texto:
- Funções simples e suas integrais.
- A integral de uma função mensurável real estendida não negativa.
- O Teorema da Convergência Monótona.
- Lema de Fatou.
- Propriedades da integral.

8. Funções integráveis – Cap. 5 do livro texto:

- Funções reais integráveis.
- Positividade e linaridade da integral.
- O Teorema da Convergência Dominada de Lebesgue.
- Integrandos que dependem de um parâmetro.

9. Os Espaços de Lebesgue L_p – Cap. 6 do livro texto:
- Espaços lineares normados.
- Os espaços L_p.
- Desigualdades de Hölder e Minkowski.
- O Teorema do Completamento.
- O espaço L_∞

10. Formas de Convergência – Cap. 7 do livro texto:
- Relação entre: convergências em L_p, convergência uniforme, convergência quase sempre, convergência em medida, convergência quase uniforme
- Teorema de Egoroff.
- Teorema da convergência de Vitali.

11. Decomposição de medidas – Cap. 8 do livro texto:
- Teoremas da decomposição de Hahn e Jordan.
- Teorema de Radon-Nikodym.
- Teorema da decomposição de Lebesgue.
- Teorema da Representação de Riesz para L_p.

12. Geração de Medidas – Cap. 9 do livro texto:
- Medidas em álgebras de conjuntos.
- A extensão de medidas, teoremas de extensão de Hahn e Carathéodory.
- A medida de Lebesgue.
- O teorema da representação de Riesz para C([a,b]).

13. Medidas produto – Cap. 10 do livro texto:
- Retângulos, o Teorema da Medida Produto.
- Teorema de Tonelli e Fubini.

Parte II: Elementos da Medida de Lebesgue
14. Exemplos de conjuntos mensuráveis – Cap. 14 do livro texto:
- Conjunto de Borel.
- Conjunto nulo.
- Invariância por translação.
- Existência de conjuntos que não são de Borel.

15. Aproximação de conjuntos mensuráveis – Cap. 15 do livro texto:
- Aproximação por conjuntos abertos, por conjuntos fechados, por conjuntos compactos, por blocos.

16. Aditividade e não aditividade – Cap. 16 do livro texto:
- Aditividade.
- Catathéodory revisitado.

- Medida interior.

17. Conjunto não mensurável e conjunto que não é de Borel – Cap. 17 do livro texto:
- Conjunto diferença, equivalência racional, conjunto de Vitalu.
- Decomposição não aditiva.
- Existência de conjuntos que não são de Borel.

BIBLIOGRAFIA:
Livro texto:
Bartle, R.G., *The Elements of Integration and Lebesgue Measure,*New Yorq: J.Wiley, 1995.
Bibliografia complementar:
1) Royden, H.L., *Real Analysis*, New York: Macmillan, 1963.
2) Isnard, C. Introdução à medida e integração, Rio de Janeiro: IMPA, 2007.

TOPOLOGIA
PRÉ-REQUISITOS: Análise Real.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Revisão de espaços métricos. Espaços topológicos. Funções contínuas. Base e sub-base de uma topologia. Redes. Espaço produto e quociente. Conexidade. Compacidade. Lema de Urysohn. Teoremas de Tietze, Tychonov e Arzela-Ascoli.

OBJETIVO: Introduzir ao aluno as ferramentas necessárias para o bom entendimento das disciplinas de todos os ramos da análise e áreas afins.

PROGRAMA DETALHADO:
Este programa esta baseado no livro texto (abaixo indicado por LT), no material suplementar disponível em seu companion site (http://www.oup.com/uk/companion/metric) (abaixo indicado por CS) e no livro texto 2 (abaixo indicado por LT2).

I. Revisão de Espaços Métricos.
LT, Capítulo 5 (Metric spaces), seções:
- Motivação e definição
- Exemplos de espaços métricos
- Resultados sobre funções contínuas em espaços métricos
- Conjuntos limitados em espaços métricos
- Bolas abertas em espaços métricos
- Conjuntos abertos em espaços métricos

LT, Capítulo 6 (More concepts in metric spaces), seções:
- Convergência em espaços métricos

CS, Material suplementar C2, tópicos:
- Completamento de espaços métricos via sequências de Cauchy
- Unicidade do completamento

II. Espaços Topológicos.

LT, Capítulo 7 (topological spaces), seções:
- Definição
- Exemplos

LT, Capítulo 8 (Continuity in topological spaces, bases), seções:
- Definição
- Homeomorfismos
- Bases

CS, Material suplementar ao capítulo 8 (S8), tópicos:
- Bases e proto-bases

- Sub-bases
- Espaços separáveis são segundo enumeráveis

LT, Capítulo 9 (Some concepts in topological spaces)
- Todas as seções.

LT, Capítulo 10 (Subspaces and product topology)
- Subespaços
- Produtos
- Gráficos
- Postscript sobre produtos

CS, Material suplementar ao capítulo 10 (S10), tópicos:
- Inevitabilidade da topologia produto
- Topologias produto e fraca

LT, Capítulo 11 (The Hausdorff condition)
- Motivação
- Condições de separação

CS, Material suplementar ao capítulo 11 (S11), tópicos:
- Condições sub-Hausdorff
- Lemma de Urysohn
- Teorema de Extensão de Tietze

LT2, Capítulo 2
- Conjuntos dirigidos e redes (Directed set and Nets)
- Sub redes e pontos de acumulação
- Sequências e subsequencias

LT, Capítulo 12 (Connected spaces)
- Motivação
- Conexidade
- Conexidade por caminhos
- Comparação das definições
- Conexidade e homeomorfismos

CS, Material suplementar ao capítulo 12 (S12), tópicos:
- Componentes

LT, Capítulo 13 (Compact spaces)
- Motivação
- Definição de compacidade
- Propriedades de espaços compactos
- Funções contínuas em espaços compactos
- Compacidade de subespaços e espaços produto

- Subconjuntos compactos do espaço Euclideano
- Compacidade e convergência uniforme
- Um teorema do tipo função inversa

CS, Material suplementar ao capítulo 12 (S12), tópicos:
- Compacidade local

LT, Capítulo 14 (Sequencial compactness)
- Espaços métricos sequencialmente compactos.

LT, Capítulo 15 (Quotient spaces and surfaces)
- Motivação
- Uma abordagem formal
- A topologia quociente
- Principais propriedades da topologia quociente
- O círculo
- O torus
- O plano projetivo real e a garrafa de Klein
- Cortando e colando

CS, Material suplementar C1, tópicos:
- Um critério geral para compacidade de espaços métricos
- O teorema de Arzelá-Ascoli

BIBLIOGRAFIA:

Livro texto:
1. Wilson A. Sutherland, *Introduction to Metric & Topological Spaces*, 2nd edition, Oxford, 2009.
2. John L. Kelley, “General Topology”, Van Nostrand Reinhold, 1970.

Bibliografia complementar:
1. Nicolas Bourbaki,“General Topology“, Addison-Wesley Publishing Company. 1966.
2. James Dugundji,“Topology“, Allyn and Bacon, Inc, 1966.
3. K. Jänich, S. Levy, “Topology”, Springer, 1984.
4. Elon L. Lima, "Elementos de Topologia Geral", Textos Universitários, SBM, 2010.
5. Bert Mendelson , “Introduction to Topology”, 3rd Edition, Dover Publications, 1990.
6. James R. Munkres, “Topology”, 2nd edition, Prentice Hall, 2000.
7. George F. Simmons, “Introduction to Topology and Modern Analysis”, McGraw-Hill Inc, 2003.
8. S. Willard, "General Topology", Dover Publications, 2004.

SISTEMAS DINÂMICOS
PRÉ-REQUISITOS: Álgebra Linear, Equações Diferenciais Ordinárias.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulo 1 do Livro Texto 1, capítulo 5 do Livro Texto 2 e capítulos 1 a 6 do Livro Texto 3, cobrindo as noções e ferramentas fundamentais para o estudo de sistemas dinâmicos topológicos a tempo discreto em uma dimensão, e do estudo qualitativo de fluxos.

OBJETIVO: Introduzir o aluno às principais ferramentas e resultados no estudo de sistemas dinâmicos.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Sistemas Dinâmicos Topológicos - Livro Texto 1, Cap. 1; Livro Texto 2, Cap. 5:
1.Exemplos de sistemas dinâmicos e definição de Sistemas Dinâmicos Topológicos
2. Definições básicas: órbitas, pontos fixos, órbitas (eventualmente) periódicas, conjunto □□limite
3. Minimalidade
4. Conjugação topológica
5. Transitividade Topológica
6. Sensibilidade às condições iniciais e dinâmicas expansivas
7. Caos de Devaney (resultados de Banks et al.)

II. Dinâmica discreta unidimensional:- Livro Texto 1, Cap. 1:
1. Pontos críticos
2. Retrato de fase e análise gráfica
3. Hiperbolicidade
4. Exemplos: família logística, transformações Cx mod 1, transformações unimodais, dinâmica simbólica

III. Fluxos - Livro Texto 3, Cap 1 a cap. 6:
1. Equações diferenciais lineares em R^n
2. O oscilador harmônico
3. Teoria Geral de Sistemas Lineares
4. Equações diferenciais não lineares em R^n
5. O pêndulo simplesmente
6. Trajetórias e fluxo
7. Retrato de fase
8. Integrais primeiras
9. Fluxo tubular
10. Estabilidades de ponto de equilíbrio, estabilidade assintótica e estabilidade segundo Lyapunov
11. Conjuntos limites
12. Teoremas de Poincaré e Bendixon
13. Classificação de órbitas periódicas
14. Fluxos que preservam volume

BIBLIOGRAFIA

Livros Textos:

1. Devaney, R. L.; An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. Addison-Wesley, 1989.
2. Walters, P.; An Introduction to Ergodic Theory. Springer-Verlag, 1982.
3. Doering, C. I, Lopes, A. O.; Equações Diferenciais Ordinárias.

Bibliografia Complementar:

1. Alligood, K., Sauer, T. D.,Yorke, J. A.; Chaos: An Introduction to Dynamical Systems. Springer-Verlag, New York, 1996.
2. Banks, J., Brooks, J., Cairns, G., Davies, G., Stacey, P.; On Devaney's definition of chaos. Amer. Math. Monthly, vol. 99 (1992), pp. 332-334.
3. Birkhoff, G. D.; Dynamical Systems. American Mathematical Society, Rhode Island, 1966.
4. Brin, M., Stuck, G.; Introduction to Dynamical Systems. Cambridge University Press, New York, 2002.
5. Hirsch, M. W., Smale, S.; Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press, San Diego, 1974.
6. de Melo, W., van Strien, S.; One-Dimensional Dynamics.
7. Katok, A., Hasselblatt, B.; A Moderna Teoria de Sistemas Dinâmicos. Ed. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2005.
8. Lind, D. A., Marcus, B.; An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, New York, 1995.

GRUPOS FINITOS E SUAS REPRESENTAÇÕES
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Representações de grupos finitos. Definição e exemplos. Teoria de caracteres. Representações induzidas e restrição de representações. Indicador de Fröbenius-Schur.

OBJETIVOS: Introduzir o aluno a conceitos e resultados fundamentais da teoria de representações de grupos finitos, caracteres e indicadores de Fröbenius-Schur, em característica zero.
.
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
I. Representação de grupos – Parte I - Cap. 1 do livro texto [1], Caps. 4 e 5 seção 5.1 do livro texto [2] e Cap. 1 seções 2 - 5 do livro texto [3]:
I. Representação de grupos – Parte I - Cap. 1 do livro texto [1], Caps. 4 e 5 seção 5.1 do livro texto [2] e Cap. 1 seções 2 - 5 do livro texto [3]:
1.1 Definição e exemplos.
1.2 Operações com representações.
1.3 Subrepresentações.
1.4 Álgebras semissimples e módulos semissimples.
1.5 Álgebras de grupo.
1.6 Teorema de Maschke e corolários.
1.7 Lema de Schur.

II. Teoria de caracteres - Parte I - Cap. 2 do livro texto [1], Cap. 5 seções 5.2 – 5.6 do livro texto [2] e Cap. 2 do livro texto [3]:
2.1 Relações de ortogonalidade para caracteres.
2.2 Representações de grau 1.
2.3 Dimensões de representações irredutíveis.

III. Aplicações da teoria de representação na obtenção de resultados estruturais de grupos finitos – Cap. 6 do livro texto [2].

IV. Representações induzidas e restrição de representações - Parte I - Cap. 3 do livro texto [1], Cap. 7 do livro texto [2] e Cap. 4 do livro texto [3]:
4.1 Reciprocidade de Frobenius.
4.2 Critério de irredutibilidade de Mackey.
V. Indicador de Fröbenius-Schur - Cap. 8 do livro texto [2].

BIBLIOGRAFIA (livro texto):
[1]. W. Fulton; J- Harris - *Representation theory. A first course* – Springer-Verlag, 1991.
[2]. M. Mombelli – *Grupos finitos y sus representaciones* – http://www.famaf.unc.edu.ar/~mombelli/otros/notas-gruposfinitos.pdf.
[3]. V. Serganova – Representation Theory, Lecture Notes, University of California, Berkeley, Fall, 2005.

Bibliografia complementar:

[1] M.A. Armstrong – *Groups and Symmetry* – Springer-Verlag 1980.
[2] C. W. Curtis; I. Reiner – *Representation theory of finite groups and associative algebra,* John Wiley & Sons, 1962.
[3] G. James; M. Liebeck – *Representations and characters of groups,* 2nd Edition Cambridge University Press, 2001.
[4] Joseph J. Rotman -- *An Introduction to the Theory of Groups* -- Springer-Verlag 1999.

MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA ESTATÍSTICA
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Métodos lineares para regressão. Métodos lineares para classificação. Expansões em bases e regularização. Métodos de kernels suavizadores.

OBJETIVOS GERAIS: 1) Compreender e aplicar técnicas de várias áreas da matemática (otimização, álgebra linear, análise numérica, probabilidade) a problemas envolvendo grandes dados. 2) Resolver (através de implementações) problemas envolvendo grandes dados.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
Unidade 1 – Métodos lineares para regressão (cap.3 do livro-texto)
- Modelos de regressão linear e quadrados mínimos
- Seleção de subconjuntos
- Métodos de encolhimento
- Análise de componentes principais

Unidade 2 – Métodos lineares para classificação (cap.4 do livro-texto)
- Regressão linear de uma matriz indicador
- Análise de discriminante linear
- Regressão logística
- Hiperplanos de separação

Unidade 3 – Expansões em bases e regularização (cap.5 do livro-texto)
- Funções polinomiais por partes e *splines*
- Filtragem e extração de características
- *Splines* suavizadores
- Regressão logística não paramétrica
- Splines multidimensionais
- Regularização e Espaços de Hilbert gerados por *kernels*
- *Wavelets*

Unidade 4 – Métodos de *kernels* suavizadores (cap. 6 do livro-texto)
- *Kernels* suavizadores unidimensionais
- Regressão local em R^p
- Verossimilhança local
- Funções de base radial

BIBLIOGRAFIA (livro texto):
Trevor Hastie, Robert Tibshirani, Jerome Friedman. *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction.* Springer, 2009.

Bibliografia complementar:

Ethem Aplaydin. *Introduction to Machine Learnin,* 2nd edition, MIT press, 2010.
David MacKay, *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms,* Cambridge University Press, Version 7.2 (fourth printing), 2005.

ÁLGEBRAS DE OPERADORES
PRÉ-REQUISITOS: Análise Funcional.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Álgebras de Banach, Representação de Gelfand, C*-Álgebras, Álgebras de von Neumann, Teoria de Representações em espaços de Hilbert, Álgebras Aproximadamente Finitas.

PROGRAMA DETALHADO
I. Teoria Espectral Elementar – Cap. 1 do livro texto, seções:
1.1. Álgebras de Banach
1.2. Espectro e Raio espectral
1.3. Representação de Gelfand
1.4. Operadores Compactos e de Fredholm
II. C*- Álgebras e Operadores em Espaços de Hilbert – Cap. 2 do livro texto, seções:
2.1. C*-Álgebras
2.2. Elementos Positivos em C*-Álgebras
2.3. Operadores e Formas Sesquilineares
2.4. Operadores Compactos em Espaços de Hilbert
2.5. O Teorema Spectral
III. Ideais e Funcionais Positivos – Cap. 3 do livro texto, seções:
3.1. Ideais em C*-Álgebras
3.3. Funcionais Lineares Positivos
3.4. A Representação de Gelfand-Naimark
IV. Álgebras de Von Neumann – Cap. 4 do livro texto, seções:
4.1. O Teorema do Duplo Commutante
4.2. As Topologias Fraca e Ultra-Fraca
V. Representações de C*-Álgebras – Cap. 5 do livro texto, seções:
5.1. Representações Irredutíveis e Estados Puros
5.2. O Teorema de Transitividade
VI. Limites Diretos – Cap. 6 do livro texto, seções:
6.1. Limites Diretos de C*-Álgebras
6.2. Álgebras Uniformemente Hiperfinitas
BIBLIOGRAFIA:
Livro texto:
1. Gerard J. Murphy, C*-Algebras and Operator Theory, Academic Press, 1990.
Bibliografia complementar:
1. R. V. Kadison and J. R. Ringrose, Fundamentals of the Theory of Operator Algebras, Volumes I, II, III, IV, Amer. Math. Soc., 1997.
2. M. Takesaki, Theory of Operator Algebras, Volumes I, II, III, Springer, 1979-2003.
3. V. S. Sunder, Functional analysis, Spectral theory, Birkhuser Advanced Texts, Birkhuser Verlag, Basel, 1997.
4. W. Arveson, An Invitation to C*-Algebras, Springer 1976.
5. G. K. Pedersen, C*-algebras and their Automorphism groups, Academic press, 1979.

6. O. Bratteli and D. W. Robinson, Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics, Volumes I, II, Springer, 1987-2002.
7. K. Davidson, C*-Algebras by Example, Amer. Math. Soc, 1996.

VARIEDADES DIFERENCIÁVEIS
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Variedades Diferenciáveis, Aplicações Diferenciáveis entre Variedades, Transversalidade, Integração em Variedades e Grupos de Lie.

Seção 1 - Variedades e Aplicações Diferenciáveis.
1.1 - Conceitos .
1.1.1 Definição. Exemplos.
1.1.2 Aplicações Diferenciáveis entre Variedades.
1.1.3 Vetores Tangentes e Diferenciais de Funções.
1.1.4 Imersões, Submersões e Transversalidade.
1.1.5 Campos Vetoriais e Fluxos.
1.1.6 Fibrados Tangente e Cotangente.
1.1.7 Mergulho em Espaços Euclideanos. Teorema do Mergulho de Whitney.
1.1.8 Campos Vetoriais.
1.1.9 Integrabilidade de Campos. Teorema de Frobenius.
1.2 - Variedades com Bordo .
1.2.1 Teorema do Ponto Fixo de Brower.
1.2.2 Teorema da Transversalidade.
1.2.3 Teorema da Vizinhaça Tubular.
1.2.4 Teorema da Extensão Transversal.
1.3 - Integração .
1.3.1 Formas Diferenciais. Derivada Exterior.
1.3.2 Orientação.
1.3.3 Teorema de Stokes.
1.3.4 Cohomologia de De Rham. Exemplos: Sn; CPn.
1.3.5 Teorema de Frobenius (formulação via formas).

Seção 2 - Grupos de Lie .
2.1 Introdução.
2.1.1 Exemplos de Grupos de Lie.
2.1.2 Álgebra de Lie de um Grupo.
2.1.3 Subgrupos de Lie.
2.1.4 Recobrimento Simplesmente Conexo.
2.1.5 Medidas Invariantes.
2.1.6 Cohomologia de De Rham de um Grupo de Lie.
2.2 - Aplicação Exponencial .
2.2.1 Homomorismos de Grupos de Lie.
2.2.2 Subgrupos Fechados.
2.3 - Espaços Homogêneos .
2.3.1 Ações de Grupo.
2.3.2 Exemplos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A numeração atribuída as referência bibliográficas em cada seção representa a ordem, em importância, sugerida pela presente proposta.

1. Seção 1

[1] - Bredon, Glen E.. - Topology and Geometry, GTM 139, Springer.
[2] - Warner, F. - Foundations of Di_erentiable Manifolds and Lie Groups - GTM 94, Springer.
[3] - Guillemin,V. and Pollack,A. - Di_erential Topology - PrenticeHall.

2. Seção 2

[1] - Warner, F. - Foundations of Di_erentiable Manifolds and Lie Groups - GTM 94, Springer.
[2] - Spivak, M. - Di_erential Geometry - vol I, Publish or Perish.
[3] - Bredon, Glen E.. - Topology and Geometry, GTM 139, Springer.

TOPOLOGIA ALGÉBRICA
PRÉ-REQUISITO: Topologia, Cálculo Avançado
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Elementos de Álgebra homológica e complexos, morfismo de bordo, Homotopia, Homologia, Cohomologia, complexos CW, Excisão, Espaços de recobrimento, dualidade de Poincaré, Aplicações.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
1- Propiciar ao estudante uma introdução às técnicas básicas da Topologia Algébrica.
2- Permitir que o estudante aprecie a relação, mediante exemplos, entre aspectos algébricos e invariantes topológicos.
3- Propiciar ao estudante uma base mínima para entender resultados modernos de Topologia e Geometria.

PROGRAMA:

0- Elementos de Álgebra Homológica[5,6,7]
0.1 – Sequências exatas de grupos e Módulos.
0.2 - Complexos de cocadeias e complexos diferenciais.
0.3 - Morfismos de complexos diferenciáveis.
0.4 - Sequências exatas de complexos diferenciáveis
0.5 - Lema da serpente.

1- Homologia [1-6]
1.1 – Complexos simpliciais e homologia singular
1.2 – Homologia relativa e Excisão.
1.4 – Aplicações: – Sequência de Mayer-Vietors,
– Homologia com coeficientes em um grupo abeliano.
1.5 – Complexos CW.
1.6 – Formalização e Axiomas da Homologia.

2- Homotopia [1 – 6]
2.1 – Homotopia de complexos.
2.2 – Invariânça homotópica.
2.3 – Teorema de Van Kampen

3- Cohomologia [1,2,3,5,6]
3.1 – Cocadeias e operador de cobordo
3.2 – Grupos de cohomologia e teorema dos coeficientes universais
3.3 – O anel de cohomologia e formula de Künneth
3.4 – Cohomologia de de Rham

4- Cálculo de homologia e cohomologia [1,2,6]
4.1 – Exemplos de homologia e cohomologia de variedades.
4.2 – Dualidade de Poincaré

4.3 – Teorema de Hopf e aplicações em Sn.

BIBLIOGRAFIA:

[1] HATCHER, A. – Algebraic Topology – Cambridge University Press, Cambridge, 2002. xii+544 pp.
[2] BREDON, GLEN E. – Topology and Geometry - GTM 139, 1st ed., Springer-Verlag,1993.
[3] FULTON, W. – Algebraic Topology: A first course – GTM 153, Springer, 1995.
[4] NOVIKOV, P. – Algebraic Topology I, Encyclopaedia of Mathematical Sciences, Vol. 12. Springer 1996.[5] BRUZZO, U. – Introduction to Algebraic Topology and Algebraic Geometry. – http://people.sissa.it/~bruzzo/notes/IATG/notes.pdf.[6] MAY, J. P. – A concise Course in Algebraic Topology – http://www.math.uchicago.edu/~may/CONCISE/ConciseRevised.pdf
[7] HILTON, P., STAMMBACH, U. – A course in Homological Algebra – GTM 4, Second Edition, Springer-Verlag, New York- Berlin, (1977).

INTRODUÇÃO ÀS ÁLGEBRAS DE HOPF
PRÉ-REQUISITOS: Teoria de Anéis e Módulos
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1, 2, 4, 5 e 6 do livro texto, ou seja, teoria de co-álgebras, co-módulos e álgebras de Hopf.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a conceitos e resultados fundamentais da teoria de co-álgebras, co-módulos e álgebras de Hopf.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Álgebras e Co-álgebras - Cap. 1 do livro texto, seções:
1.1. Conceitos básicos.
1.2. A topologia finita.
1.3. A (co)-álgebra dual.
1.4. Construção na categoria de co-álgebras.
1.5. O dual finito de uma álgebra.

II. Co-módulos – Cap. 2 do livro texto, seções:
2.1. A categoria de co-módulos sobre uma co-álgebra.
2.2. Módulos Racionais.
2.3. Bi-co-módulos e o produto co-tensorial.
2.4. Co-módulos simples e co-módulos injetivos.
2.5. Alguns tópicos da teoria da torção em M^{C}.

III. Bi-álgebras e Álgebras de Hopf – Cap. 4 do livro texto, seções:
3.1. Bi-álgebras.
3.2. Álgebras de Hopf.
3.3. Exemplos de álgebras de Hopf.
3.4. Módulos de Hopf.

IV. Integrais – Cap. 5 do livro texto, seções:
4.1. A definição de integral para uma bi-álgebra.
4.2. A conexão entre integrais e o ideal H^{*rat}
4.3. Condições de finitude para álgebras de Hopf com integrais não-nulas.
4.4. A unicidade de integrais e a bijetividade da antípoda.
4.5. Teorema de Mascke (livro 1 da bibliografia complementar Cap. 2, seção 2.2).

V. Ações e Co-ações de Álgebras de Hopf – Cap. 6 do livro texto, seções:
5.1. Ações de álgebras de Hopf sobre álgebras.
5.2. Co-ações de álgebras de Hopf sobre álgebras.
5.3. O contexto de Morita.
5.4. Extensões Hopf-Galois.

BIBLIOGRAFIA:
Livro (s) Texto(s):

1. Dascalescu, C. Nastasescu and S. Raianu – *Hopf Algebras An Introduction* – Marcel Dekker 2001.

Bibliografia complementar:

1. Montgomery – *Hopf Algebras and Their Actions on Rings* – CBMS ***82,*** AMS 1993.
2. M. E. Sweedler – *Hopf Algebras* – W.A. Benjamin, Inc. 1969.
3. E. Abe – *Hopf Algebras*- Cambridge Univ. Press 1977.

TEORIA DE ANEIS NÃO-COMUTATIVOS
PRÉ-REQUISITOS: Teoria de Anéis e Módulos
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 2, 4 e 7 do livro texto 1, ou seja, radical de Jacobson, anéis primos, anéis primitivos e anéis locais. Capítulo 2 do livro texto 2, ou seja, anéis e módulos graduados e capítulos 1 e 2 do livro texto 3, ou seja, extensões essenciais, módulos singulares e anéis de quociente máximo.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a conceitos e resultados específicos da teoria de anéis e módulos, ferramentas importantes para o estudo de outros temas em álgebra.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Teoria do radical de Jacobson - Cap. 2 do livro texto 1, tópicos:
1. O radical de Jacobson.
2. O radical de Jacobson sob mudança de anel.
3. Anéis de grupo e J-semisimplicidade.
II. Anéis primos e primitivos – Cap. 4 do livro texto 1, tópicos:
1. O radical primo, anéis primos e semiprimos.
2. Estrutura de anéis primitivos, o teorema da Densidade de Jacobson-Chevalley.
3. Produto subdireto e teoremas de comutatividade.
III. Anéis locais, anéis semilocais e idempotentes – Cap. 7 do livro texto 1, tópicos:
1. Anéis locais.
2. Anéis semilocais.
3. A teoria de idempotentes.
4. Idempotentes centrais.
IV. Anéis de polinômios – Cap. 2 do livro texto 2, tópico:
1. Anéis e módulos graduados.
V. Extensões essenciais e módulos singulares – Cap. 1 do livro texto 3, tópicos:
1. Extensões essenciais.
2. Envoltórias injetivas.
3. O submódulo singular.
VI. Localização e anéis de quociente máximo – Cap. 2 do livro texto 3, tópicos:
1. Localização.
2. Anéis de endomorfismos de módulos quasi-injetivos.
3. Anel de quociente máximo.
4. Coincidência de anéis de quociente à direita e à esquerda.

BIBLIOGRAFIA:
Livro(s) Texto(s):
1. T. Y. Lam – *A first course in noncommutative rings* – Springer-Verlag 2001.
2. D. S. Passman – *A course in ring theory* – AMS Chelsea Publishing 2004.
3. K. R. Goodearl – *Ring theory – Nonsingular rings and modules* – Marcel Dekker 1976.
Bibliografia complementar:
1. J. G. Raftery – *On strongly prime rings and modules* – Durban 1986.

2. L. H. Rowen – *Ring theory* – Academic Press 1988.

COANEIS E COMÓDULOS
PRÉ-REQUISITOS: Introdução às álgebras de Hopf
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1, 2 e 3 do livro texto, ou seja, coálgebras, comódulos, biálgebras, álgebras de Hopf e coanéis.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a conceitos e resultados específicos da teoria de coanéis, ferramentas importantes para o estudo de outros temas em álgebra.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Coálgebras e Comódulos - Cap. 1 do livro texto, tópicos:
1. Coálgebras.
2. Morfismos de coálgebras.
3. Comódulos.
4. C-comódulos e C*-módulos.
5. O dual finito de uma álgebra.
6. O funtor racional.
7. Estrutura de comódulos.
8. Bi-comódulos.

II. Biálgebras e Álgebras de Hopf – Cap. 2 do livro texto, tópicos:
3. Biálgebras.
2. Módulos de Hopf.
3. Álgebras de Hopf.

III. Coanéis e comódulos – Cap. 3 do livro texto, tópicos:
1. Coanéis e seus morfismos.
2. Comódulos sobre coanéis.
3. *C*-comódulos e *C**-módulos.
4. O funtor racional para coanéis.
5. Bicomódulos sobre coanéis.

BIBLIOGRAFIA:
Livro(s) Texto(s):
1. T. Brzezinski e R. Wisbauer – *Corings and Comodules* – Cambridge University Press 2003.

TEORIA DE DISTRIBUIÇÕES E ESPAÇOS DE SOBOLEV
PRÉ-REQUISITOS: Teoria da medida e integral de Lebesgue, Análise Funcional.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: O Espaço das Funções Testes. Densidade. Distribuições em um aberto Ω do R^n. Derivação de distribuições. Distribuições Temperadas. Transformada de Fourier em $L^1(R^n)$, $S(R^n)$ e $L^2(R^n)$. Transformada de Fourier de Distribuições Temperadas. Teorema de Plancherel. Os Espaços de Sobolev $W^{m,p}(\Omega)$. Propriedades, Reflexividade, Separabilidade, Dual. O Espaço $W_0^{m,p}(\Omega)$. Operadores de Prolongamento. Os Espaços de Sobolev $H^s(\Omega)$ e $H^s(\partial\Omega)$, s real, Ω subconjunto aberto do R^n. O Teorema do Traço. Aplicações a Equações Diferenciais Parciais. Soluções generalizadas e Existência e Unicidade de Problemas de Valor Inicial e de Fronteira.

OBJETIVO: Introduzir o aluno aos fundamentos da teoria moderna das equações diferenciais parciais e suas aplicações.

PROGRAMA DETALHADO:
1. Revisão de espaços $L^p(\Omega)$, $p \in [1, +\infty]$. [2]
1.1 Definição e propriedades elementares. Teorema de Riesz-Fischer.
1.2 Desigualdades de Hölder e Minkowski
1.3 Reflexividade e separabilidade. Dual .
1.4 Convergência fraca.

2. Distribuições [3]
2.1 O espaço das funções testes. Noção de convergência.
2.2 Convolução com funções de $L^p(\Omega)$.
2.3 Sucessão Regularizante. Partição da unicidade.
2.4 Densidade em $L^p(\Omega)$.
2.5 Distribuições. Definição e propriedades.
2.6 O espaço das Distribuições. Convergência fraca.
2.6 Funções localmente integráveis e distribuições.
2.7 Derivação de distribuições. Propriedades.

3. Transformada de Fourier. [3]
3.1 O espaço de Schwarzs $S(R^n)$.
3.2 Propriedades. Densidade.
3.3 Distribuições temperadas.
3.4 Transformada de Fourier no espaço de Schwarz.
3.5 Transformada de Fourier no $L^2(R^n)$.
3.6 Transformada de Fourier de distribuições temperadas. Teorema de Plancharel.

4. Espaços de Sobolev [1]
4.1 Definição e propriedades elementares.
4.2 Geometria dos Espaços de Sobolev.
4.3 Reflexividade . Separabilidade. Dual.

4.4 O Espaço W (Ω).
4.5 Densidade nos Espaços de Sobolev.
4.6 Operadores de prolongamento.
4.7 Os Espaços de Sobolev $H^s(\Omega)$ e $H^s($ $\Omega)$, s real.
1. 8 Desigualdades de Sobolev. Teoremas de Imersão. Teorema de Rellich - Kondrasov.

4.9 Normas equivalentes. Desigualdade de Poincaré.
4.10 Teorema do traço.

5. Aplicações: Soluções fracas de problemas a valores no contorno elípticos. [3]
5.1 problemas variacionais abstratos: teoremas de Stampachia e de Lax-Milgram.
5.2 Exemplos de problemas a valores no contorno elípticos: o problema de Dirichlet para operadores elípticos de segunda ordem, o sistema da elasticidade, o sistema de Stokes.

BIBLIOGRAFIA PRINCIPAL:

1. Medeiros, L. A., Miranda, M. M., *Espaços de Sobolev*, 2a. Edição, Instituto de Matemática, UFRJ, 2004.
2. Brezis, H., *Analyse Fonctionnelle: théorie et Applicátions*, Masson (1983).
3. Kesavan, S., *Topics in Functional Analysis and Applications*, Wiley (1989).

Bibliografia Complementar:

1. Adams, R. A., *Sobolev Spaces*, Academic Press (1975).
2. Evans, L. C., *Partial differential equations*, American Mathematical Society, 2002.
3. Hörmander, L., The Analysis of Linear Differential Operators I, Distribution Theory and Fourier Analysis, Springer-Verlag, 2ed., 1990
4. Medeiros, L. A. , Rivera, P. H. *Iniciação aos Espaços de Sobolev*, IM-UFRJ, Rio de Janeiro (1977).
5. Renardy, M., Rogers, R.C., *An introduction to partial differential equations*, Springer-Verlag, 1993.

PROBABILIDADE E PROCESSOS MARKOVIANOS
PRÉ-REQUISITOS: Medida e Integração.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1, 2 e 3 do Livro Texto 1 e capítulo 15 do Livro Texto 2, cobrindo a definição axiomática, ferramentas e resultados básicos em Teoria de Probabilidades e os resultados fundamentais no estudo de Cadeias de Markov.

OBJETIVO: Introduzir as fermentas e resultados básicos de Teoria de Probabilidade e de Cadeias de Markov.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Introdução à Probabilidade - Livro Texto 1, Cap. 1:
1. Modelos probabilísticos (espaços de probabilidade). (Seç. 1.1)
2. Probabilidade condicional. (Seç. 1.2)
3. Independência. (Seç. 1.3)

II. Variáveis Aleatórias e funções de distribuição- Livro Texto 1, Cap. 2:
1. Definições básicas. (Seç. 2.1)
2. Variáveis aleatórias discretas e contínuas. (Seç. 2.2)
3. Funções de distribuição e de densidade. (Seç. 2.3)
4. Vetores aleatórios (sequências de variáveis aleatórias). (Seç. 2.4)
5. Independência. (Seç. 2.5)
6. Distribuições e densidades de funções de variáveis e vetores aleatórios. (Seç. 2.6)
7. O método do Jacobiano. (Seç. 2.7)

III. Famílias importantes de Distribuições e Densidades - Bibliografia Complementar:
1. Distribuições discretas: binomial, geométrica, binomial negativa. Poisson, hipergeométrica.
2. Distribuições contínuas: Uniforme, Exponencial, Normal, Gamma e Beta..

IV. Esperança Matemática- Livro Texto 1, Cap. 3:
1. Definição e propriedades. (Seç. 3.2 e 3.3)
2. Esperança de funções de variáveis aleatórias. (Seç. 3.4)
3. Momentos. (Seç. 3.5)
4. Esperança de funções de vetores aleatórios. (Seç. 3.6)
5. Teoremas de convergência. (Seç. 3.7)

V. Cadeias de Markov- Livro Texto 2, Cap. 15:
1. Processos estocásticos Markovianos e não Markovianos. (Seç. 13)
2. Definição e exemplos de cadeias de Markov. (Seç. 1 e 2)
3. Matriz de transição e probabilidades de transições. (Seç. 3)
4. Estados e conjuntos absorventes e cadeias irredutíveis (Seç. 4)
5. Classificação de estados. (Seç. 5)
6. Decomposição de cadeias. (Seç. 6)
7. Distribuições estacionárias. (Seç. 7)

8. Cadeias transientes. (Seç. 8)
9. Cadeias periódicas. (Seç. 9)
10. Teoremas limites. (Seç. 11)

BIBLIOGRAFIA:

Livro (s) Texto(s):

1. James, B. R.; Probabilidade: um curso em nível intermediário. 3a ed., IMPA, Rio de Janeiro, 2004.
2. Feller W.; An introductio to probability theory and its applications vol.1. 3a ed., Wiley, New York, 1967.

Bibliografia Complementar:

1. Feller W.; An introductio to probability theory and its applications vol.2. 3a ed., Wiley, New York, 1971.
2. Grinstead, C. M., Snell, J. L.; Introduction to Probability 2nd ed. American Mathematical Society, Rhode Island, 1997.
3. Hoel, P. G.; Introduction to Mathematical Statistics. 3 ed. Wiley, New York, 1962.
4. Meyer, P. L.; Probabilidade: aplicações à estatística. 2a ed., Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1983.
5. Ross, S. M.; Introduction to Probability Models. 6 ed, Academic Press, San Diego, 1997.
6. Stroock, D. W.; An introduction to Markov processes. Springer-Verlag, New York, 2005.

TEORIA ERGÓDICA E DE INFORMAÇÃO
PRÉ-REQUISITOS: Medida e Integração.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1 a 7 do Livro Texto, cobrindo as noções e ferramentas fundamentais no estudo de teoria ergódica e deinforção de sistemas dinâmicos abstratos e topológicos.

OBJETIVO: Introduzir o aluno às principais ferramentas e resultados no estudo de sistemas dinâmicos abstratos e topológicos.

PROGRAMA DETALHADO:
Capítulo 1. Tranformações que preservam medida - Livro Texto, Cap. 1;
Capítulo 2. Isomorfismos, Conjugação e Isomorfismo Espectral - Livro Texto, Cap. 2;
Capítulo 3. Tranformações com Espectro Contínuo que preservam medida - Livro Texto, Cap. 3;
Capítulo 4. Entropia - Livro Texto, Cap. 4;
Capítulo 5. Dinâmica Topológica - Livro Texto, Cap. 5;
Capítulo 6.Medidas Invariantes para Tranformações Contínuas - Livro Texto, Cap. 6;
Capítulo 7. Entropia Topológica - Livro Texto, Cap. 7;

BIBLIOGRAFIA
Livro Texto:
Walters, P.; An Introduction to Ergodic Theory. Springer-Verlag, 1982.

Bibliografia Complementar:

1. Birkhoff, G. D.; Dynamical Systems. American Mathematical Society, Rhode Island, 1966.
2. Brin, M., Stuck, G.; Introduction to Dynamical Systems. Cambridge University Press, New York, 2002.
3. Denker, M., Grillenberger, C., Sigmund, K.; Ergodic Theory on Compact Spaces. Springer-Verlag, 1976.
4. Hirsch, M. W., Smale, S.; Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press, San Diego, 1974
5. de Melo, W., van Strien, S.; One-Dimensional Dynamics.
6. Katok, A., Hasselblatt, B.; A Moderna Teoria de Sistemas Dinâmicos. Ed. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2005.
7. Lind, D. A., Marcus, B.; An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, New York, 1995.
8. Mañe, R. Teoria Ergódica. Projeto Euclides. IMPA, Riode Janeiro, 1983.
9. Parry, W.; Topics in ergodic theory. Cambridge Tracts in Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge, 1981.

DINÂMICA SIMBÓLICA
PRÉ-REQUISITOS: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1, 2, 3, 4 e 6 do Livro Texto 2 e Capítulo 6 do Livro Texto 1, ou seja, espaços *Shifts*, *Shifts* de Tipo Finito, Sóficos, códigos de bloco, entropia topológica, dinâmica topológica e autômatos celulares.

OBJETIVO: Introduzir o aluno às ferramentas e resultados fundamentais em diâmica simbólica.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Espaços *Shift* - Cap. 1 do Livro Texto 2:
1.*Full Shifts*. (Seç. 1.1)
2.Espaços *Shifts.* (Seç. 1.2)
3.Linguagens. (Seç. 1.3)
4.*Higher Block Shifts* e *Higher Power Shifts.* (Seç. 1.4)
5.Códigos de bloco. (Seç. 1.5)

II. *Shifts* de Tipo Finito - Cap. 2 do Livro Texto 2:
1.Restrições de tipo finito. (Seç. 2.1)
2.Grafos e *Shifts.* (Seç. 2.2)
3.Representação de *Shifts* de Tipo Finito através de grafos. (Seç. 2.3)
4.Cisão e amalagamção de estados. (Seç. 2.4)

III. *Shifts* Sóficos - Cap. 3 do Livro Texto 2:
1.Definição e propriedades. (Seç. 3.1)
2.Caracterizações. (Seç. 3.2 e 3.3)
3.Construções e algorítimos. (Seç. 3.4)

IV. Entropia - Cap. 4 do Livro Texto 2:
1.Definição e propriedades. (Seç. 4.1)
2.Teoria de Perron-Frobenius. (Seç. 4.2)
3.Computação da entropia. (Seç. 4.3)
4.Componentes irredutíveis. (Seç. 4.4)
5.Estruturas cíclicas. (Seç. 4.5)

V. *Shifts* como sistemas dinâmicos topológicos - Cap. 6 do Livro Texto 2:
1.Espaços métricos. (Seç. 6.1)
2.Sistemas dinâmicos. (Seç. 6.2)
3.Invariantes. (Seç. 6.3)
4.Partições de Markov. (Seç. 6.5)

VI. Autômatos celulares - baseado no Cap. 6 do Livro Texto 1 e Bibliografia Complementar, em particular os resultados topológico da Seç. 2 de [8]:
1.Definição e regras: classificação de Wolfram, autômatos celulares permutativos, autômatos celulares algebraicos.
2.Autômatos celulares conservativos.

BIBLIOGRAFIA:

Livro(s) Texto(s):

1. Boccara, N.; Modeling Complex Systems. Springer-Verlag, New york, 2004.
2. Lind, D. A., Marcus, B.; An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, New York, 1995.

Bibliografia Complementar:

1. Hedlund, G. A. Endomorphisms and automorphisms of the shift dynamical system. Math. Systems Theory, **3**, 320--375, 1969.
2. Host, B., Maass, A., Martínez, S.; Uniform Bernoulli measure in dynamics of permutative cellular automata with algebraic local rules. Discrete Contin. Dyn. Syst., **9**, 6, 1423--1446, 2003.
3. Gutowitz, H. A. (Editor).; Cellular Automata: Theory and Experiment; proceedings of an interdisciplinary workshop. Physica D, **45**, 1-485, 1990.
4. Kitchens, B. P.; Expansive dynamics on zero-dimensional groups. Ergodic Theory and Dynamical Systems, **7**, 2, 249--261, 1987.
5. Nasu, M.; Local Maps Inducing Surjective Global Maps of One-Dimensional Tessellation Automata. Math. Systems Theory Related Fields, **11**, 327--351, 1978.
6. Neumann, J.; Theory of Self-reproducing Automata (edited and completed by A. W. Burks). University of Illinois Press, 1966.
7. Pivato, M.; Invariant measures for bipermutative cellular automata. Discrete Contin. Dyn. Syst., **12**, 4, 723--736, 2005.
8. Pivato, M.; Ergodic Theory of Cellular Automata. In Encyclopedia of Complexity and Systems Science, Springer-Verlag, New York, 2009.
9. Schmidt, K.; Dynamical systems of algebraic origin. Progress in Mathematics, **128**. Birkhauser Verlag, Basel, 1995.
10. Sindhushayana, N. T., Marcus, B., Trott, M.; Homogeneous shifts. IMA J. Math. Control Inform., **14**, 3, 255--287, 1997.
11. Sobottka, M.; Right Permutative Cellular Automata on Topological Markov Chains. Discrete Contin. Dyn. Syst., **20**, 4, 1095--1109, 2008.
12. Williams, R. F.; Classification of subshifts of finite type. Ann. of Math., **98**, 120--153, 1973. Errata: Ann. of Math., **99**, 380--381.

ANÁLISE NUMÉRICA II
PRÉ-REQUISITOS: Análise Numérica I, Análise Funcional
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Problemas elípticos. Método de Galerkin. Analise de erro. Elementos finitos, definições e exemplos. Princípios de aproximação por elementos finitos: malhas, espaços de aproximação e interpolantes, estimativas inversas. Geração de malha. Quadraturas e assemblagem. Exemplos de aproximação de problemas elípticos.

OBJETIVO: Introduzir o método de elementos finitos como uma ferramenta de resolução numérica de equações em derivadas parciais e apresentar aplicações deste em mecânica computacional.

PROGRAMA DETALHADO:
1. Método de Galerkin de aproximação em espaços de Banach (CapítuloI do livro de texto)
(a) Elementos de teoria de equações elípticas
(b) Teorema Banach -Neficas-Babufiska
(c) Método de Galerkin
(d) Análise de erro

2. Elementos finitos (Capítulo I do livro de texto)
(a) Interpolação por elementos finitos em uma dimensão.
(b) Definições e exemplos.
(c) Básicos conceitos de malhas computacionais.
(d) Espaçcos de aproximação e operadores interpolates.
(e) Interpolação de funções de espaço Sobolev.
(f) Desigualdades inversas.

3. Aproximação de EDPs por elementos finitos (Capítulo II do livro de texto)
(a) Aproximação do problemas elípticos.
(b) Exemplos de problemas coercitivos da mecânica computacional.
(c) Aproximação de equações hiperbólicas da primeira ordem: método de Galerkin / quadrados mínimos, método de Galerkin descontínuo.
(d) Método de Galerkin para problemas parabólicos.

4. Implementação do método de elementos finitos (Capítulo III do livrode texto)
(a) Geração de malha, triangulação de Delaunay.
(b) Implementação de quadraturas numéricas.
(c) Assemblagem em matrizes esparsos.
(d) Implementação de condições de fronteira.
(e) Condicionamento, métodos iterativos para sistemas lineares.

BIBLIOGRAFIA:
Livro Texto:

1. A.Ern, J.-L. Guermond. Theory and practice of finite elements Applied Mathematical Sciences, 159, Springer (2004).

Bibliografia complementar:

1. Tomas J.W. Thomas Numerical partial diferential equations Texts in Applied Mathematics, 33, Springer (1999).
2. C. Johnson, Numerical solution of the partial diferential equations by the finite element method, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1987).
3. S.C.Brenner and L.R. Scott, The mathematical theory of finite element methods, Springer, New York (1994)

ANÁLISE CONVEXA
PRÉ-REQUISITOS: Análise Funcional.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Conceitos básicos (conjuntos convexos e funções convexas em espaços de Banach), conjugada de Fenchel-Legendre, subdiferenciais de Moreau-Rockafellar, minimização de funções convexas em espaços de Banach reflexivos, aplicações em desigualdades variacionais, dualidade em otimização convexa, diferenciabilidade de funções convexas, princípios variacionais de Ekeland e Borwein-Preiss.

OBJETIVO: Introduzir os elementos básicas da análise convexa em espaços de Banach e suas aplicações em cálculo subdiferencial para funções convexas.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Conceitos Básicos (Cap. 1 do livro texto)
1.1. Conjuntos convexos (Seção 1 do livro texto)
1.2. Funções convexas (Seção 2 do livro texto)
1.3. Supremo de funções afins (Seção 3 do livro texto)
1.4. Conjugação de Fenchel-Legrende (Seção 4 do livro texto)
1.5. Subdiferenciais (Seções 5 e 6 do livro texto)

II. Minimização de Funções Convexas (Cap. 2 do livro texto)
2.I. Existência de minimizadores (Seção 1 do livro texto)
2.2. Caracterização de soluções (Seção 2 do livro texto)
2.3. Aplicações em desigualdades variacionais (Seção 3 do livro texto)

III. Dualidade em Otimização Convexa (Cap. 3 do livro texto)
3.1. O problema primal e o problema dual (Seção 1 do livro texto)
3.2. Problemas normais e estáveis (Seção 2 do livro texto)
3.3. Lagrangeanos e pontos de Sela (Seção 3 do livro texto)

IV. Diferenciabilidade de Funções Convexas (Cap. 4 de 1 (bibliografia complementar))
4.1. Continuidade e subdiferenciais (Seção 4.1 de 1)
4.2. Diferenciabilidade de funções convexas (Seção 4.2 de 1)
4.3. Principios Variacionais de Ekeland e Borwein-Preiss (Seção 4.3 de 1)
4.4.

BIBLIOGRAFIA:
Livro Texto:
1. EKELAND, I.; TÉMAM, R; Convex Analysis and Variational Problems, Classics in applied mathematics, SIAM, 1999.

Bibliografia complementar:

1. BORWEIN, J.M.; VANDERWERFF, D. - Convex functions: constructions, characterizations and counterexamples. Encyclopedia of mathematics, Cambridge, 2009.

FIBRADOS EM VARIEDADES DIFERENCIÁVEIS
PRÉ-REQUISITO: Variedades Diferenciáveis
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Fibrados, conexões, holonomia, classes características.

OBJETIVO: Apresentar noções e métodos básicos da geometria diferencial em fibrados.

PROGRAMA DETALHADO:

1. Fibrados [1, seção I.5]

1.1 Fibrados: definições e exemplos
1.2 Fibrados principais
1.3 Fibrados associados
1.4 Fibrados vetoriais e métricas
1.5 Redução e extensão de fibrados principais

2. Conexões em fibrados principais
2.1 Conexão e forma de conexão [1, seções II.1 e II.2]
2.2 Transporte paralelo [1, seção II.3]
2.3 Derivada exterior e forma de curvatura de uma conexão [1, seção II.5]
2.4 Conexões planas [1, seção II.9]
2.5 Conexões em fibrados vetoriais e a conexão de Levi-Civita [1, seções III.1, IV. 1 e IV.2]

3. Teoria de holonomia
3.1 Holonomia de um fibrado principal [1, seção II.4]
3.2 Teorema de redução (de uma conexão) [1, seção II.7]
3.3 Teorema de Ambrose-Singer [1, seção II.8]
3.4 Holonomia de derivadas covariantes em fibrados vetoriais [1, seção III.3]
3.5 Holonomia de uma variedade Riemanniana [1, seção III.5]

4. Classes características [2, capítulo XII]
4.1 Homomorfismo de Chern-Weil
4.2 Classes de Chern, Pontrjagin e Euler

BIBLIOGRAFIA:
Literatura principal:
1) Kobayashi, S., Nomizu, K.: Foundations of differential geometry, vol.1. New York: Interscience, 1963-69
2) Kobayashi, S., Nomizu, K.: Foundations of differential geometry, vol.2. New York: Interscience, 1963-69
Literatura complementar:
3) Baum, H.: Eichfeldtheorie. 2a edição, Springer, 2014
4) Husemoller D.: Fibre bundles. 3a edição, Springer, 1993
5) Naber, G.L.: Topology, geometry, and gauge fields: foundations. New York:

Springer, 1997
6) Spivak, M.: A comprehensive introduction to differential geometry, vol. 2. 3a edição, Publish or Perish, 1999.

ÁLGEBRA COMUTATIVA
PRÉ-REQUISITO: Estruturas Algébricas
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Anéis, Ideais, Módulos, Localização, Anéis Noetheriaos, Anéis Artinianos,

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
1- Propiciar ao estudante uma introdução a técnicas avançadas de Álgebra.
2- Propiciar ao estudante uma base mínima para entender resultados modernos de Geometrias Abstratas, tais como Geometria Algébrica.

PROGRAMA:
0- Anéis e ideais:
0.1 – Anéis e homomorfismos.
0.2 – Ideais e Anéis quocientes.
0.3 – Divisores de zero, nilpotentes e unidades.
0.4 – Ideais primos e ideais maximais.
0.5 – Nilradical e radical de Jacobson.
0.6 – Operações sobre ideais.
0.7 – Extensão e contração.

1- Módulos
1.1 – Módulos e homomorfismos.
1.2 – Submódulos e módulos quocientes.
1.3 – Operações sobre submódulos.
1.4 – Soma direta e produto.
1.5 – Módulos finitamente gerados.
1.6 – Produto tensorial.
1.7 – Restrição e extensão de escalares.
1.8 – Propriedades de exatidão do produto tensorial.
1.9 – Álgebras e Produto tensorial de Álgebras.

2- Ideais e Módulos de frações:
2.1 – Sistema multiplicativo.
2.2 – Localização com respeito a um sistema multiplicativo.
2.3 – Propriedades de exatidão da localização.

3- Condições de cadeia:
3.1 – Condições de cadeias ascendentes e descendentes.
3.2 – Anéis Noetherianos
3.3 – Teorema da base de Hilbert.
3.4 – Anéis Artinianos.
4- Mais estruturas:
4.1 – Limite direto e limite inverso.
4.2 – Anéis graduados e Módulos graduados.
4.3 – Filtraçoes.
4.4 – Topologias.

BIBLIOGRAFIA:

[1] Atiyah, M., F., MacDonald, I., G.; – Introduction to Commutative Álgebra. MA: Addison-Wesley, 1994.
[2] R: Reid, Miles. *Undergraduate Commutative Algebra: London Mathematical Society Student Texts*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1996.
[3] E: Eisenbud, David. *Commutative Algebra: With a View Toward Algebraic Geometry*. New York, NY: Springer-Verlag, 1999.

INTRODUÇÃO À TEORIA DE REGULARIZAÇÃO
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Introdução: exemplos clássicos e modelagem; Definição de Método de regularização; Métodos de regularização contínuos; Regularização de Tikhonov: operadores lineares e não-lineares.

OBJETIVO: Introduzir o aluno aa teoria de regularização de problemas Inversos e a técnicas de obtenção de soluções estáveis para os mesmos.

PROGRAMA DETALHADO:

Unidade 1: Problemas inversos e sua modelagem
- Exemplos clássicos
- Equações integrais de 1a espécie
Referencia: [1] §1.1 a §1.7
[5] $1.1
[7] $1.1 a §1.2

Unidade 2: Equações de Operadores mal postas
- Inversa Generalizada
- Operadores compactos e svd
- Teoria espectral e calculo funcional
Referencia: [1] §2.1 a §2.3
[5] $1.2 a §1.3

Unidade 3: Regularização de operadores
- Definições e conceitos básicos
- Ordem ótima
- Regularização por projeção
Referencia: [1] §3.1 a §3.3
[5] $2.1 a §2.4

Unidade 4: Métodos de regularização contínuos
- Escolha de parâmetros a-priori
- Saturação e Principio da discrepância
- Escolha de parâmetros heurística
- Métodos tipo mollifier
Referencia: [1] §4.1 a §4.6

4: Regularização de Tikhonov
- Teoria clássica
- Regularização por projeção
- Método da máxima entropia
- Restrições convexas
Referencia: [1] §5.1 a §4.4

5: Regularização de problemas não-lineares
- Tikhonov não linear, analise de convergência
- Escolha de parâmetros a-posteriori
- Escalas de Hilbert
Referencia: [1] §10.1 a §10.3, §10.5

BIBLIOGRAFIA:
Livro principal: [1] ; ***Livros secundários:*** [5], [7]

[1] Engl, Heinz W.; Hanke, Martin; Neubauer, Andreas, "Regularization of inverse problems", Kluwer, Dordrecht, 1996.
[2] Groetsch, Charles; "Generalized inverses of linear operators: representation and approximation", Marcel Dekker, New York, 1977.
[3] Groetsch, Charles, "Elements of applicable functional analysis", Marcel Dekker, Inc., New York, 1980.
[4] Groetsch, Charles, "Stable approximate evaluation of unbounded operators" Springer-Verlag, Berlin, 2007.
[5] Groetsch, Charles, "The theory of Tikhonov regularization for Fredholm equations of the first kind", Pitman, Boston, MA, 1984.
[6] Schuster, Thomas; Kaltenbacher, Barbara; Hofmann, Bernd; Kazimierski, Kamil, "Regularization methods in Banach spaces", Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin, 2012.
[7] Kirsch, Andreas, "An introduction to the mathematical theory of inverse problems", Springer-Verlag, New York, 1996.
[8] Kreyszig, Erwin, "Introductory functional analysis with applications", John Wiley & Sons, New York, 1989.

INTRODUÇÃO À TEORIA DE CATEGORIAS
PRÉ-REQUISITO: Estruturas Algébricas
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Categorias, funtores, transformações naturais, funtores representáveis, Lema de Yoneda, equivalência e dualidade entre categorias, limites e colimites, adjunções e mônadas, categorias monoidais, categorias abelianas.

OBJETIVO: Introduzir os conceitos e técnicas básicas da teoria de categorias para a sua utilização em diversas áreas da matemática.

PROGRAMA:
1) Categorias, funtores e transformações naturais (cap1 do livro texto):
a) Categorias
b) Funtores
c) Transformações naturais
d) Monicos, _épicos isomorfísmos
e) Objetos iniciais e finais
f) Conjuntos Hom
g) Categorias pequenas, localmente pequenas e grandes

2) Construções em categorias (cap2 do livro texto):
a) Dualidade
b) Contravariância e categorias opostas
c) Produto de categorias
d) Categorias de funtores
e) A categoria de todas as categorias
f) Categorias "vírgula" (comma categories)
g) Categorias quociente

3) Universais e limites (cap3 do livro texto):
a) Funtores representáveis
b) Lema de Yoneda
c) Limites e co-limites (produtos, co-produtos, equalizadores, co-equalizadores, pull backs, push outs, limites e co-limites filtrados)
d) Grupos em categorias

4) Adjunções (cap4 do livro texto):
a) Adjunções e exemplos
b) Categorias reflexivas
c) Equivalência entre categorias
d) Transformações e composições de adjunções
e) Subconjuntos e funções características
5) Mônadas e álgebras (cap6 do livro texto)
a) Mônadas em uma categoria
b) Álgebras de uma mônada
c) Mônadas e adjunções
d) A categoria de Eilenberg Moore

e) A categoria de Kleisli

6) Monóides (cap7 do livro texto):
(a) Categorias monoidais
(b) Funtores monoidais
(c) Categorias monoidais estritas
(d) Monóides e co-monóides em categorias monoidais
(e) Ações de monóide objetos e co-ações de co-monóide objetos
(f) Homs internos e categorias monoidais fechadas
(g) A categoria simplicial
(h) Categorias monoidais rígidas

7) Categorias abelianas (cap8 do livro texto):
a) Kernels e co-kernels
b) Categorias aditivas
c) Categorias abelianas
d) Categorias de Grothendieck

8) Simetrias e tranças em categorias monoidais (cap11 do livro texto):
a) Categorias monoidais simétricas
b) Categorias monoidais trançadas
c) O grupo de tranças B
d) Bimonóides em categorias monoidais trançadas

BIBLIOGRAFIA:
(1) S. Mc Lane: \Categories for the working mathematician, 2nd Ed.", Springer-Verlag
(2010). (Livro texto)
(2) J. Adamek: \Abstract and concrete categories: the joy of cats", Dover (2009).
(3) F. Borceaux: \Handbook of categorical algebra", Enciclopaedia of Matehmaticas and
its Applications, 50, Cambridge (1994).
(4) P. Etingof, S. Gelaki, D. Nikshych and V. Ostrik: \Tensor categories", (2009). http://www-math.mit.edu/ etingof/tenscat.pdf
(5) H Simmons: \Introduction to category theory", Cambridge (2011).

MODELAGEM MATEMÁTICA: BIOMATEMÁTICA
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Modelos de uma única espécie; Modelos determinísticos contínuos e discretos. Equação logística; modelos estocásticos e modelos populacionais; Equações com atraso e Equação de difusão e reação-difusão.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
I. Introdução a Modelagem Matemática (MM). Livro Texto 1 e 2
1.1. Que é MM e que objetivos pode atingir?
1.2. Construção, estudo e teste de Modelos

II. Modelos de uma única espécie. Livro Texto 1 e 2
2.1 Modelos determinísticos contínuos - revisão EDO através a analise de modelos de uma única espécie.
2.2 Equação logística, tratamento qualitativo.
2.3 Modelos determinísticos discretos: Equação logística discreta, modelo BevertonHolt.
2.4 Modelos estocásticos
2.5 Modelos populacionais de Leslie.

III. Modelos de comunidades. Livro Texto 1 e 2
3.1. Competição: Modelo de competição de Lotka Volterra, Modelos discretos.
3.2. Predação Modelo de presa-predador de Lotka-Volterra Modelos presa-predador com crescimento logístico e a respostas de tipo Holling.
3.3. Mutualismo

IV. Equações com atraso. Livro Texto 3
4.1 Introdução.
4.2 Ciclos periódicos de povoação.
4.3 Controle humano postural.
4.4 O pendulo invertido.

V. Equação de difusão e equações reação-difusão. Livro Texto 4
5.1 Equação logística com difusão espacial.
5.2 Equações de reação difusão. Ondas viajantes.
5.3 A equação de Fisher-Kolmogorov. Exemplo: competição de duas espécies de plantas na floresta amazônica. Soluções autossimilares. Exemplo do estudo da gota de água. Difusão explosiva.

VI. Tópico Livre em modelos de biomatemática: por exemplo: dinâmica de modelos
epidemológicos (DSTs, HIV, etc.); modelos em neurociência; matemática do genoma; etc. Livro Texto 2.

BIBLIOGRAFIA (livro texto):

1. Howard Weiss, A Mathematical Introduction to Population Dynamics, IMPA, 27
Coloquio Brasileiro de Matematica (2009)
2. James Murray, Mathematical Biology I: An introduction, Springer (2001) .
3. Thomas Erneux, Applied Delay Differential Equations, Springer (2009)
4. J.Crank, The Mathematics of Diffusion. CUP

Bibliografia complementar:

1. Mark Kot, Mathematical Ecology, Cambridge University Press (2001)
2. James Keener and James L. Sneyd, Mathematical Physiology, Springer (2008)
3.Pierre Tu, Dynamical Systems.

C*-ÁLGEBRAS
PRÉ-REQUISITOS: Álgebras de Operadores
NO DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – C*-álgebras de isometrias, Álgebras de rotações irracionais, C*-álgebra de grupos, Produtos Cruzados.

OBJETIVO: Fornecer ao aluno diversos exemplos de C*-álgebras estudas em pesquisas recentes.

PROGRAMA DETALHADO:
I. C*-álgebras de Isometrias
I.1 – Operadores de Toeplitz
I.2 – Isometrias
I.3 – Álgebras de Bunce-Deddens
I.4 – Álgebras de Cuntz
I.5 – C*-álgebras infinitas e simples
*I.6 – Classificação das álgebras de Cuntz
*I.7 – Posto real nulo

II – Álgebras de rotações irracionais
II.1 – A álgebra de uma rotação irracional
II.2 – Projeções na álgebra de rotação irracional
*II.3 – A álgebra AF de um número irracional
*II.4 – Técnica de Berg
*II.5 – Imersão da álgebra de rotação irracional na álgebra AF de um número irracional

III – C*-álgebras de grupos
III.1 – Representação de gupos
III.2 – Grupos mediáveis
III.3 – Ideais primitivos
III.4 – Grupo cristalográfico
III.5 – O grupo discreto de Heisenberg
III.6 – O grupo livre
III.7 – A C*-álgebra reduzida do grupo livre
III.8 – A C*-álgebra reduzida do grupo livre não tem projeções

IV – Produto cruzado discreto
IV.1 – Produtos cruzados
IV.2 – Produtos cruzados por Z
IV.3 – Sistemas dinâmicos minimais
IV.4 – Hodômetros
*IV.5 – K-teoria de produtos cruzados
IV.6 – Subálgebras AF de produtos cruzados
IV.7 – Subálgebras de álgebras AF que são produtos cruzados
IV.8 – Posto estável topológico

IV.9 – Um automorfismo de ordem 2

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto:

Kenneth Davidson, - *C*-Algebras by Example*. American Mathematical Society, 1996.

B*ibliografia complementar:*

Dana Williams, - *Crossed Product of C*-Algebras.*

ÁLGEBRAS DE VON NEUMANN
PRÉ-REQUISITOS: Álgebras de Operadores
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Topologias em álgebas de operadores, o teorema do duplo comutante, fatores e sua classificação via projeções, teoria de Tomita-Takesaki, fatores de tipo III, produtos cruzados.

OBJETIVO: Fornecer ao aluno ferramentas e exemplos clássicos da teoria de Álgebras de von Neumann.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Introdução.
I.1. Operadores em espaços de Hilbert
I.2. Topologias localmente convexas em B(H)
I.3. O pré-dual
I.4. O teorema do duplo comutante
I.5.
II. Classificação de fatores
II.1. Equivalência de Murray-von Neumann
II.2 Projeções finitas
II.3. A função dimensão
II.4.
III. Teoria de Tomita-Takesaki
III.1. Integração não-comutativa
III.2. A construção GNS
III.3. O teorema de Tomita-Takesaki (para estados)
III.4. Pesos e álgebras de Hilbert generalizadas
III.5. A condição KMS
III.6. O teorema de Radon-Nikodym não comutativo e esperanças condicionais

IV. A classificação de fatores de tipo III
IV.1. O teorema do cociclo unitário
IV.2. O espectro de Arveson de uma ação
IV.3. O espectro de Connes de uma ação
IV.3. Descrições alternativas de $\Gamma(M)$

V. Produtos cruzados
V.1. Produtos cruzados discretos
V.2. O operador modular para um produto cruzado discreto
V.3. Exemplos de fatores
V.4. Produtos cruzados contínuos e o teorma da dualidade de Takesaki
V.5. A estrutura de álgebras de von Neumann propriamente infinitas

BIBLIOGRAFIA
Livro Texto:
Sunder, V. S. An invitation to von Neumann algebras. Universitext. Springer-Verlag, New York, 1987.

Bibliografia complementar:

1. Alfsen, E. M.; Shultz, F. W. *State spaces of operator algebras. Basic theory, orientations, and C*-products*. Mathematics: Theory & Applications. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 2001.
2. Arveson, W. *An invitation to C*-algebras*. Graduate Texts in Mathematics, No. 39. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1976.
3. Connes, Alain. *Noncommutative geometry*. Academic Press, Inc., San Diego, CA, 1994.
4. Dixmier, J. *von Neumann algebras*. North-Holland Mathematical Library, 27. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1981.
5. Kadison, R. V.; Ringrose, J. R. *Fundamentals of the theory of operator algebras. Vol. II. Advanced theory*. Graduate Studies in Mathematics, 16. American Mathematical Society, Providence, RI, 1997.
6. Sakai, S. C*-algebras and W*-algebras. Reprint of the 1971 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
7. Takesaki, M. *Theory of operator algebras. I.* Encyclopaedia of Mathematical Sciences, 124. Operator Algebras and Non-commutative Geometry, 5. Springer-Verlag, Berlin, 2002.
8. Takesaki, M. *Theory of operator algebras. II.* Encyclopaedia of Mathematical Sciences, 125. Operator Algebras and Non-commutative Geometry, 6. Springer-Verlag, Berlin, 2003.

C*-SISTEMAS DINÂMICOS E PRODUTOS CRUZADOS

PRÉ-REQUISITOS: Álgebras de Operadores

N° DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Grupos localmente compactos, produtos tensoriais de C*-álgebras, produtos cruzados, C*-álgebra de grupos, representações do produto cruzado, teorema de dualidade de Takai.

OBJETIVO: Fornecer ao aluno os rudimentos da teoria de sistemas dinâmicos não-comutativos através de métodos C*-algébricos e produtos cruzados.

PROGRAMA DETALHADO:

0. Produtos tensoriais; livro texto 1, cap.6, seções:
0.1 Produtos tensoriais de C*-álgebras
0.2 Minimalidade da C*-norma espacial
0.3 C*-álgebras nucleares e sequências exatas

I. Grupos localmente compactos; livro texto 2, cap.1, seções:
I.1 – Preliminares sobre grupos topológicos
I.2 – Preliminares sobre grupos localmente compactos
I.3 – A medida de Haar
I.4 – Um interlúdio - Análise harmônica abeliana
I.5 – Integração sobre grupos

II – Sistemas dinâmicos e produtos cruzados; livro texto 2, cap.2, seções:
II.1 – Sistemas dinâmicos
II.2 – Representações covariantes
II.3 – O produto cruzado
II.4 – Representações do produto cruzado
II.5 – Comentários sobre exemplos
II.5 – Propriedade universal

III – Casos especiais e construções básicas; livro texto 2, cap.3, seções:
III.1 – Outro interlúdio - A C*-álgebra de um grupo abeliano
III.2 – Terceiro interlúdio - A C*-álgebra de um grupo compacto
III.3 – Produtos semidiretos
III.4 – Ideais Invariantes

IV - Grupos mediáveis (amenable); livro texto 2, Apêndice A, seções:
IV.1 – Estados e funções positiva-definidas
IV.2 – Mediabilidade (amenabilidade)
IV.3 – Outra construção GNS

V – Propriedades de produtos cruzados; livro texto 2, cap.7, seções:
V.1 – O teorema de dualidade de Takai
V.2 – Produtos cruzados reduzidos
V.3 – Produtos cruzados envolvendo os compactos

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto:

1.Gerard J. Murphy, C*-Algebras and Operator Theory, Academic Press, 1990.
*2.*Dana Williams, - *Crossed Product of C*-Algebras*

Bibliografia complementar:

4.Kenneth Davidson, - *C*-Algebras by Example*. American Mathematical Society, 1996.
5.G. K. Pedersen, C*-algebras and their Automorphism groups, Academic press, 1979.

MÓDULOS DE HILBERT e FIBRADOS DE FELL
PRÉ-REQUISITOS: Álgebras de Operadores
N° DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Módulos de Hilbert, produtos tensoriais de módulos de Hilbert, construção KSGNS, Teorema de Estabilização de Kasparov, equivalência de Morita e Teorema de Brown-Grenn-Rieffel. Fibrados de Fell e C*-álgebras seccionais associadas.

OBJETIVO: Fornecer ao aluno os rudimentos da teoria de módulos de Hilbert, equivalência de Morita e fibrados de Fell e suas relações com álgebras de operadores.

PROGRAMA DETALHADO:
<u>Parte I: Módulos de Hilbert</u> (livro texto 1)

I. Módulos (de Hilbert) e operadores entre eles: livro texto 1, cap.1.
Tópicos cobertos:
– Definição de pré-módulos e módulos de Hilbert
– Exemplos de módulos de Hilbert; somas diretas
– Operadores adjuntáveis entre módulos de Hilbert
– Topologia estrita

II – Multiplicadores e morfismos entre C*-álgebras; livro texto 1, cap.2:
Tópicos cobertos:
– Álgebra dos multiplicadores de uma C*-álgebra
– Homomorfismos em álgebras de multiplicadores

III – Projeções e unitários; livro texto 1, cap.3.
Tópicos cobertos:
– Sub-módulos complementáveis
– Isometrias e unitários entre módulos de Hilbert
– Projeções e isometrias parciais

IV - Produtos tensoriais; livro texto 1, cap. 4.
Tópicos cobertos:
–Produto tensorial externo (entre módulos de Hilbert)
– Aplicações completamente positivas
– Produto tensorial interno (entre módulos de Hilbert)

V –Construção KSGNS; livro texto 1, cap.5.
Tópicos cobertos:
– Estudo de aplicações completamente positivas
– Construção KSGNS (Kasparov, Stinespring, Gelfand, Naimark, Segal) associada à aplicações completamente positivas; conseqüências.

VI - Estabilização e Absorção; livro texto 1, cap. 6.
Tópicos cobertos:

– Elementos estritamente positivos e C*-álgebras sigma unitais; módulos enumeravelmente gerados
– Teorema de estabilização de Kasparov e suas conseqüências

VII - Módulos cheios e equivalência de Morita
Tópicos cobertos:
– C*-álgebras estáveis e estavelmente isomorfas
– Módulos de Hilbert cheios e equivalência de Morita
– Teorema de Brown-Green-Rieffel (Teo. 7.6).

<u>Parte II: Fibrados de Fell</u> (livro-texto 2 e várias outras referências)

VIII - Definição de fibrados de Fell (sobre grupos discretos) e exemplos
Tópicos cobertos:
- Definição de fibrados de Fell. Fibrados saturados
- Exemplos: fibrados associados à ações (parciais/torcidas);
fibrados associados à decomposições espectrais de ações de grupos abelianos compactos.

IX - C*-álgebras seccionais de fibrados de Fell
- Representações e a C*-álgebra cheia de um fibrado de Fell
- Representação regular e a C*-álgebra reduzida de um fibrado de Fell
- Amenabilidade de fibrados de Fell
- Relação com produtos cruzados

Obs.: Os tópicos da parte II acima podem ser encontrados no livro texto 2 e nas bibliografias complementares abaixo. Havendo tempo e interesse, outros tópicos sobre fibrados de Fell poderão ser cobertos.

BIBLIOGRAFIA:
Livro Texto:
3.E. C. Lance, Hilbert C*-modules: a toolkit for operator algebraists, London Mathematical Society Lecture Notes 210, 1995.
4.J. M. G. Fell, R. S. Doran, Representations of *-algebras, locally compact groups, and Banach * -algebraic bundles (vol. 2), Academic Press Inc., 1988.

Bibliografia complementar:
6.R. Exel, Twisted partial actions: a classification of regular C*-algebraic bundles, Proc. London Math. Soc. (3), vol. 74, nr. 2, 1997, pags. 417-443.
7.R. Exel. Amenability for Fell bundles. J. Reine Angew. Math., (492):41-73, 1997.
8.R. Exel. Circle actions on C_-algebras, partial automorphisms and generalized Pimsner-Voiculescu exact sequences. J. Funct. Anal., (122):361-401, 1994.
9.R. Exel, Chi-Keung Ng, *Approximation property of C*-algebraic bundles*, Math. Proc.Cambridge Philos. Soc. 132 (2002), 509-522.
10.G. Boava, Caracterizações da C*-álgebra gerada por uma compressão aplicadas a Cristais e Quasicristais. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2007.

K-TEORIA PARA C^*-ÁLGEBRAS
PRÉ-REQUISITOS: Álgebras de Operadores
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Funtores K_0 e K_1, Classificação das AF-álgebras, Aplicação Índice, Periodicidade de Bott, Sequência Exata dos Seis Termos.

OBJETIVO: Fornecer ao aluno as definições básicas e as principais propriedades dos grupos de K-teoria das C^*-álgebras.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Revisão da Teoria de C^*-álgebras.
I.1. C^*-álgebras, *-homomorfismos, Sub-C^*-álgebras, Ideais e Quocientes.
I.2. Projeções, Isometrias, Isometrias Parciais; Elementos Invertíveis, Normais, Auto-adjuntos, Unitários e Positivos.
I.3. Representação de Gelfand, Representação de Gelfand-Naimark, Cálculo Funcional Contínuo, Teorema Espectral.
I.4. Unitização, Sequências Exatas de C^*-álgebras, Álgebras de Matrizes.
I.5. C^*-álgebras de Dimensão Finita, Limite Indutivo (Direto), AF-álgebras, UHF-álgebras, Produto Tensorial, Estabilização.

II. Funtor K_0.
II.1. Relações de Equivalência entre Projeções.
II.1.1. Equivalência Homotópica.
II.1.2. Equivalência Unitária.
II.1.3. Equivalência de Murray-von Neumann.
II.2. Grupo K_0.
II.2.1. Semigrupo $P_\infty(A)$.
II.2.2. Relação de Equivalência em $P_\infty(A)$.
II.2.3. Semigrupo $D(A)$.
II.2.4. Grupo de Grothendieck.
II.2.5. K_0 de uma C^*-álgebra Unital.
II.2.6. K_0 de uma C^*-álgebra.
II.3. Funtor K_0.
II.3.1. Funtorialidade de K_0.
II.3.2. Semi-exatidão de K_0.
II.3.3. Exatidão de K_0 sob Cisão.
II.3.4. Continuidade de K_0.
II.3.5. Estabilidade de K_0.
II.4. Classificação das AF-álgebras.
II.4.1. Cone Positivo de K_0.
II.4.2. Diagramas de Bratteli.
II.4.3. *Dimension Groups*.
II.4.4. Teorema de Elliott.
II.4.5. Classificação das UHF-álgebras.

III. Funtor K_1.
III.1. Equivalência Homotópica entre Unitários.
III.2. Grupo K_1.

III.2.1. Semigrupo $U_\infty(A)$.
III.2.2. Grupo K_1 de uma C^*-álgebra.
III.3. Funtor K_1.
III.3.1. Funtorialidade de K_1.
III.3.2. Semi-exatidão de K_1.
III.3.3. Exatidão de K_1 sob Cisão.
III.3.4. Continuidade de K_1.
III.3.5. Estabilidade de K_1.
III.4. Grupo K_1 e Determinantes.

IV. Sequência Exata dos Seis Termos
IV.1 Aplicação Índice.
IV.2. Suspensões.
IV.3. *K*-funtores de Ordem Elevada.
IV.3. Isomorfismo entre K_1(A) e K_0(SA).
IV.4 Sequência Exata Longa.
IV.5. Periodicidade de Bott.
IV.6. Aplicação Exponencial.
IV.7. Sequência Exata dos Seis Termos.
IV.8. Cálculo de Grupos de *K*-teoria Usando a Sequência Exata dos Seis Termos.

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto:

1. M. Rordam, F. Larsen, N. J. Lausten - *An Introduction to K-Theory for C*-Algebras*. Cambridge University Press, 2000.

Bibliografia complementar:

1. N. E. Wegge-Olsen – *K-Theory And C*-Algebras – A Friendly Approach.* Oxford University Press, 1993.
2. B. Blackadar – *K-Theory for Operator Algebras*. Cambridge University Press, Second Edition, 1998.

TEORIA AVANÇADA DE MÓDULOS
PRÉ-REQUISITOS: Teoria de anéis não-comutativos
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulo 2, seções 9, 10 e 11 do livro texto 1, Capítulo 3, seções 13, 14, 15, 17 e 19 do livro texto 1, Capítulos 7, seções 33-36 do livro texto 1. Capítulo 3, seções 9, 10 ,11, 13 e 14 do livro texto 2.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a conceitos e resultados avançados da teoria de módulos, ferramentas importantes para o estudo e desenvolvimento da pesquisa na área.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Categoria de módulos - Cap. 2 do livro texto 1, seções:
9. Produto, coproduto e produto subdireto
10. Pullbacke pushout.
11. Funtores, Hom-funtores.

II. Módulos caracterizados pelo Hom-functor – Cap. 3 do livro texto 1, seções:
13. Geradores, traço.
14. Cogeradores, *reject.*
15. Subgeradores, a categoria σ[M].
17. Extensões essenciais, envoltórias injetivas.
19. Epimorfismos supérfluos, coberturas projetivas.

III. Sequências puras e noções derivadas – Cap. 7 do livro texto 1, seções:
33. Sequências *P*-puras, módulos projetivos puros.
34. *Purity* em σ[M], R-Mod e Z-Mod.
35. Módulos absolutamente puros.
36. Módulos planos.

IV. Teoria da torção e módulos primos – Cap. 3 do livro texto 2, seções:
9. Teoria da torção em σ[M].
10. Teoria da pré-torção singular.
11. Módulos poliformes.
13. Módulos primos.
14.Módulos semiprimos.

BIBLIOGRAFIA
Livros Textos:
1. R. Wisbauer – *Foundations of Module and Ring Theory* – Gordon and Breach Science Publishers, Algebra, Logic and Applications Series, Volume 3, 1991.
2. R. Wisbauer –*Modules and Algebras: Bimodule structure and group actions on algebras* Pitman Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics 81 – Longman 1996.

Bibliografia complementar:

1. K. R. Goodearl – *Ring theory – Nonsingular rings and modules* – Marcel Dekker 1976.
2. J. G. Raftery – *On strongly prime rings and modules* – Durban 1986.
3. L. H. Rowen – *Ring theory* – Academic Press 1988.

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS NÃO-LINEARES
PRÉ-REQUISITOS: Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev.
N^{O} DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Funtores K_0 e K_1, Classificação das AF-álgebras, Aplicação Índice, Periodicidade de Bott, Sequência Exata dos Seis Termos

OBJETIVOS: Desenvolver técnicas básicas para o estudo de existência e unicidade de soluções de problemas associados a equações diferenciais parciais hiperbólicas, parabólicas e elípticas não lineares.

PROGRAMA DETALHADO:

I. Distribuições e funções vetoriais (Cap. 1 do livro texto 1).
1.1. Espaços $L^p(0,T; X)$ e D'(0,T; X): Diferenciação e integração;
1.2. Teoremas de Imersão (Aubin-Lions, etc...);
1.3. Teoremas de Strauss, Stampacchia, Lema de Lions;
1.4. Lema de Teman;
1.5. Desigualdades de Gronwall.

II. Problemas abstratos (Cap. 1 do livro texto 1, Cap. 1 do livro texto 2, [1]).
2.1. Teorema de Caractheodory;
2.2. Equação u' + Au =f(u) com A operador linear não limitado;
2.3. Equação u''+ Au =f(u) com A operador linear não limitado.

III. Método de compacidade (Cap. 1, 2 e 4 do livro texto 1).
3.1. Soluções fracas e fortes de equações diferenciais parciais hiperbólicas semilineares;
3.2. Existência e unicidade;
3.3. Método de Galerkin e de aproximações sucessivas;
3.4. Aplicações a equações parabólicas e elípticas. Regularidade de soluções;
3.5. Método do Poço de Potencial.

IV. Métodos de monotonia (Cap. 2 do livro texto 1, Cap. 2 do livro texto 2).
4.1. Derivada de Gateaux e operadores monótonos;
4.2. Teorema de Minty-Brower-Visik;
4.3. Equação u' + A(u)=f, A operador não-linear monótono.

V. Soluções Complexas (Cap. 1 do livro texto 1).
5.1. Soluções da equação semilinear de Schrödinger.

VI. Existência e unicidade para o sistema de Navier-Stokes (Cap. 1 do livro texto 1).
6.1. Existência de soluções fracas;
6.2. O caso de dimensão 2 – unicidade;
6.3. Teorema de existência global de soluções forte.

VII. Introdução à estabilização de soluções de equações diferenciais parciais de evolução.
(Referências [8], [6] e [5]).

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto:

1. J. L. Lions, *Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires.* Paris: Dunod, 1969.
2. L. Tartar, *Topics in nonlinear analysis*. Orsay, France: Université de Paris-Sud/Département de Mathématiques, 1978.

Bibliografia complementar:

[1] H. Brezis, T. Casenave, *Nonlinear evolution equations, Technical Report, 1994.*
[2] H. Brezis, *Analyse Fonctionnelle, Théorie et applications*, Masson, Paris, 1983.
[3] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics, V. 19, AMS, 1998.
[4] S. Kesavan, *Topics in functional analysis and applications*, New York: Wiley, 1989.
[5] V. Komornik, *Exact controllability and Stabilization*, J. Wiley-Masson, Paris, 1994.
[6] C. P. Massarolo, *Estabilização uniforme de soluções de equações diferenciais parciais de evolução*. Dissertação de mestrado, UFSC (Março/2000).
[7] L. A. Medeiros, *Lições de equações diferenciais parciais.* Rio de Janeiro: IM-UFRJ, 2001.
[8] C. S. Morawetz, *The decay of solutions of the exterior initial-boundary value problem for the wave equation*, Comm. Pure Appl. Math. 14 (1961), 561-568.
[9] W. A. Strauss, *The energy method in nonlinear partial differential equations.* Rio de Janeiro: IMPA, 1969.
[11] R. Teman, *Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics*, Springer, 1997.
[12] R. Teman, *Navier-Stokes Equations: Theory and Numerical Analysis*, American Mathematical Society, 2000.

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS ELÍPTICAS
PRÉ-REQUISITOS: Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev.
N^{O} DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – EDP's elípticas lineares de segunda ordem: existência, unicidade e regularidade para soluções fracas e fortes; desigualdade de Harnack; princípios do máximo; estimativas L^p. EDP's elípticas quasi-lineares de segunda ordem: método de pontos fixos topológicos; métodos variacionais; teorema do passo da montanha.

OBJETIVOS: Desenvolver a teoria básica de equações diferenciais parciais elípticas de modo que aluno seja capaz de analisar a existência, unicidade (ou multiplicidade) e regularidade de soluções de problemas associados a essas equações.

PROGRAMA DETALHADO:
As unidades I e II referem-se a EDP's elípticas lineares de segunda ordem.

I. Existência, unicidade e propriedades de soluções fracas (Cap. 6 do livro texto 1; Cap. 8 do livro texto 2).
1.1. Operadores elípticos de segunda ordem;
1.2. Princípio fraco do máximo;
1.3. Existência e unicidade de soluções fracas para o problema de Dirichlet;
1.4. Alternativa de Fredholm e problema elíptico de autovalores;
1.5. Regularidade (local e global) de soluções fracas: método dos quocientes de Nirenberg;
1.6. Limitação global e propriedades locais de soluções fracas: método das sub e super soluções;
1.7. Desigualdade de Harnack;
1.8. Princípio forte do máximo e o Teorema de Hopf-Giraud;
1.9. Estimativas locais e globais em espaços de Hölder;
1.10. Problemas elípticos não simétricos.

II. Soluções fortes e propriedades (Cap. 9 do livro texto 2).
2.1. Princípios do máximo para soluções fortes;
2.2. Teorema de Interpolação de Marcinkiewics e a desigualdade de Calderon-Zygmund;
2.3. Estimativas L^p a priori para soluções fortes;
2.4. Existência e unicidade de soluções fortes;
2.5. Desigualdade de Harnack e estimativas em espaços de Hölder para soluções fortes.

III. EDP's elípticas quasi-lineares de segunda ordem (Cap. 10 e 11 do livro texto 2; Cap. 8 do livro texto 1).
3.1. Princípios de comparação e do máximo para equações quasilineares;
3.2. Resultados de unicidade e de multiplicidade de soluções;
3.3. Existência de soluções através de teoremas topológicos de ponto fixo;
3.4. Métodos variacionais: equações de Euler-Lagrange e soluções fracas;

3.5. Pontos críticos de funcionais não lineares e teorema da deformação;
3.6. Condição de Palais-Smale;
3.7. Teorema do passo da montanha e aplicação ao problema de Dirichlet para equações semilineares.

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto:

EVANS, Lawrence C.; *Partial Differential Equations*. AMS, 1998.

GILBARG, David**;** TRUDINGER, Neil S.; *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*. Springer, 2000.

Bibliografia complementar:

[1] AGMON, S.; *Lecture on Elliptic Boundary Value Problems*. Van Nostrand-Reinhold, 1965.

[2] AMBROSETTI, Antonio.; MALCHIODI, Andrea; *Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems*. Cambridge University Press, 2007.

[3] GIAQUINTA, M.; *Multiple integrals in the Calculus of Variations and Nonlinear Elliptic Systems*. Princeton University Press, 1983.

[4] KESAVAN, S., *Topics in functional analysis an applications*, New York: Wiley, 1989.

[5] LADYZHENSKAYA, Olga A.; URALTSEVA, N. N.; *Linear and Quasilinear Elliptic Equations*. Academic Press, 1968.

[6] LIONS, Jacques L.; MAGENES, Enrico; *Problémes Aux Limites Non Homogénes et Applications*, volume 1. Dunon, 1968.

[7] NECAS, Jindrich. *Les Méthodes Directes em Théorie de Équations Elliptiques*. Masson ET, 1967.

INTRODUÇÃO À TEORIA MATEMÁTICA DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES
PRÉ-REQUISITO: Análise Funcional, Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Equações de Stokes estacionárias. Equações de Navier-Stokes estacionárias. O problema de evolução. Decaimento de Soluções. Existência e Unicidade de Soluções Periódicas no Tempo. Estabilidade de soluções.

OBJETIVO: Introduzir os conceitos e resultados básicos ao entendimento da teoria matemática das equações de Navier-Stokes (modelo incompressível).

PROGRAMA:

1. Equações de Stokes Estacionárias
[Caps. 1 de [Teman(2000)]; Cap. IV de Galdi(2011)]
1.1 Espaços de funções
1.2 O Operador de Stokes
1.3 Existência e unicidade de soluções para as equações de Stokes
1.4 Regularidade das soluções.

2. Equações de Navier-Stokes Estacionárias
[Cap. 2 de Teman (2000), Cap. IX de Galdi(2011)]
2.1 Desigualdades para o termo não-linear
2.2 Teoremas de existência e unicidade
2.3 Desigualdades discretas, Teoremas de Compacidade [Cap. 2 de Teman(2000)]
2.4 Teoria de bifurcação e resultados de não-unicidade. [Cap. 2 de Teman(2000)]

3.O Problema de Evolução para as Equações de Navier-Stokes
[Cap. 3 de Teman(2000), Caps. 8-10 de Constantin & Foias (1988)]
3.1 O caso linear
3.2 Teoremas de compacidade
3.3 Teoremas de existência e unicidade ($0<n < 5$)
3.4 Soluções Fortes das Equações de Navier-Stokes.

4. Resultados Adicionais de Regularidade e o Teorema da Estrutura de Leray
[Seções 5 e 6 de Galdi (2011b)].

5. Decaimento de Soluções para o Problema de Cauchy e para o Problema de Valor Inicial e de Contorno em Domínio Exterior (Refs. [A5]-[A12]).

6. Existência e Unicidade de Soluções Periódicas no Tempo para as Equações de Navier-Stokes (Ref. [A13]).

7. Estabilidade de Soluções das Equações de Navier-Stokes (Refs. [A14], [A15]).

BIBLIOGRAFIA:

***Livros-Texto*:**

[L1] G. P. Galdi, An introduction to the mathematical theory of the Navier-Stokes Equations (Steady-State Problems), Springer, 2011.

[L2] P. Constantin, C. Foias, Navier-Stokes Equations, Chicago Lectures in Mathematics, The University of Chicago Press, 1988.

[L3] R. Teman, Navier-Stokes Equations: Theory and Numerical Analysis, American Mathematical Society, 2000.

***Bibliografia auxiliar*:**

[A1] H. Sohr, The Navier-Stokes equations. An elementary functional analytic approach. Birkhauser, 2001.

[A2] L. Tartar, An introduction to Navier-Stokes equation and Oceanography, Springer, 2006.

[A3] G. P. Galdi, An introduction to the Navier-Stokes Initial-Boundary Value Problem, Lecture Notes, 2011b.

[A4] G. P. Galdi, J. Málek, J. Necas (Eds.), Progress in Theoretical and Computational Fluid Mechanics, Longman Group Limited, 1994.

[A5] W. Borchers, T. Miyakawa, L^2-Decay for Navier-Stokes flows in unbounded domains, with application to exterior stationary flows, *Arch. Rational Mech. Anal.* 118 1992), 273-295.

[A6] C. He, T. Miyakawa, On weighted-norm estimates for nonstationary incompressible Navier-Stokes flows in a 3D exterior domain, *J Differential equations*, 246 (2009), 2355-2386.

[A7] J. G. Heywood, The Navier-Stokes equations: On the existence, regularity and decay of solutions. *Indiana University Math J.* 29 (1980), 641--681.

[A8] R. Kajikiya, T. Miyakawa, On the L^2 decay of weak solutions of the Navier-Stokes equations in R^n, *Math. Z*. 192 (1986), 135--148.

[A9] T. Kato, Strong L^P-Solutions of the Navier-Stokes equation in R^m, with Applications to Weak Solutions, *Math. Z.* 187 (1984), 471- 480.

[A10] K. Masuda, L^2 decay of solutions of the Navier-Stokes equations in the exterior domains, *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics*, 1986, 45, Part 2: 179-182. American Mathematical Society, 1986.

[A11] M. E. Schonbek, L^2 decay for weak solutions of the Navier-Stokes equations, *Arch. Rational Mech. Anal.*,Vol. 88 (1985), 209-222.

[A12] M. Wieger, Decay results for weak solutions of the Navier-Stokes equations on R^n, *J. London Math. Soc*., Vol. 35 (1987), 303-313.

[A13] H. Kato, Existence of Periodic Solutions of the Navier-Stokes Equations, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 208 (1997), 141-157.

[A14] J. G. Heywood, R. Rannacher, An analysis of stability concepts for the Navier-Stokes equations, *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, Volume 1986, Issue 372, Pages 1–33.

[A15] H. Kozono, Asymptotic Stability of Large Solutions with Large Per-turbation to the Navier_Stokes Equations, *Journal of Functional Analysis* 176(2000), 153-197.

TEORIA DE SEMIGRUPOS E APLICAÇÕES EM EDP'S
PRÉ-REQUISITOS: Ter cursado ou estar cursando a disciplina de Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev.

N^{O} DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Semigrupos de classe Co, Teorema de Hille Yosida, Operadores dissipativos, Teorema de Lumer-Phillips, Teorema de Stone, Semigrupos compactos, Semigrupos analíticos, Teoria da perturbação, Problema de Cauchy abstrato (homogêneo e não-homogêneo), Aplicações as equações diferenciais parciais.

OBJETIVOS: Introduzir os principais conceitos e resultados da teoria de semigrupos com objetivo de estudar existência e unicidade de soluções de problemas de valor inicial e de contorno associados a equações diferenciais parciais de evolução lineares e semilineares.

PROGRAMA DETALHADO:

I. Teoria de semigrupos (Cap. 1 do livro texto 2).
1.1. Exponencial de um operador linear e limitado;
1.2. Semigrupos de classe Co;
1.3. Gerador infinitesimal de semigrupos de classe Co.

II. Geração de semigrupos (Cap. 1 do livro texto 1).
2.1. Teorema de Hille Yosida;
2.2. Operadores dissipativos;
2.3. Teorema de Lumer-Phillips.

III. Grupos de operadores lineares (Cap. 1 do livro texto 2).
3.1. Teorema de Hille Yosida para grupos;
3.2. Teorema de Stone.

IV. Regularidade (Cap. 2 do livro texto 1).
4.1. Semigrupos diferenciáveis (Cap. 1 do livro texto 2);
4.2. Semigrupos compactos;
4.3. Semigrupos analíticos.

V. Teoria da perturbação (Cap. 3 do livro texto 1).
5.1. Perturbação para operadores lineares limitados;
5.2. Perturbação de geradores infinitesimais de semigrupos analíticos;
5.3. Perturbação de geradores infinitesimais de semigrupos de contração.

VI. Problema de Cauchy abstrato (Cap. 4 e 6 do livro texto 1, Cap. 2 do livro texto 2).
6.1. O problema de valor inicial homogêneo;

6.2. O problema de valor inicial não-homogêneo;
6.3. Aplicações as equações diferenciais parciais;
6.4. Teoremas de ponto fixo;
6.5. Equações diferenciais parciais semilineares.

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto:

A. Pazy, *Semigroups of Linear Operations and Applications to PDE*, Applied Mathematical Sciences, Vol. 44, Springer Verlag, New York, 1983.
A. M. Gomes, *Semigrupos de Operadores Lineares e Aplicações às Equações de Evolução*, 2ª edição, Textos de Métodos Matemáticos 19, IM-UFRJ, 1999.

Bibliografia complementar:

[1] L. C. Evans, *Partial Differential Equations,* Graduate Studies in Mathematics, V. 19, AMS, 1998.
[2] J. A. Goldstein, *Semigroups of Linear Operators and Applications*, Oxford University Press, N.Y, 1985.
[3] S. Kesavan, *Topics in functional analysis an applications*, New York: Wiley, 1989.
[4] Z. Liu and S. Zheng; *Semigroups associated to dissipative systems*, Chapman & Hall/CRC Boca Raton, FL. Research Notes in Mathematics, vol. 398, 1999.
[5] J. E. M. Rivera, *Semigrupos e Equações Diferenciais Parciais*, Série de Textos de Pós Graduação, Petrópolis, 2007.

ATRATORES EM ESPAÇOS DE DIMENSÃO INFINITA
PRÉ-REQUISITOS: Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev. Teoria de Semigrupos e Aplicações em EDP'S ou Equações Diferenciais Parciais não-lineares.
N^{O} DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Existência de atrator global. Atratores para equações diferenciais em espaços de dimensão infinita. Dimensão do atrator. Regularização e aproximação de atratores.

OBJETIVOS: Introduzir conceitos e resultados básicos da teoria matemática de atratores em espaços de dimensão infinita e aplicar a teoria a problemas de evolução.

PROGRAMA DETALHADO:

I. Teorema fundamental: semigrupos e atratores (Cap. 1 do livro texto).
1.1. Conjuntos limites;
1.2. Conjuntos absorventes;
1.3. Atratores;
1.4. Compacidade uniforme;
1.5. Compacidade assintótica;
1.6. Condições para existência de atratores globais;
1.7. Exemplos de atratores em equações diferenciais ordinárias.

II. Atratores em domínios limitados (Cap. 3, 4 e 5 do livro texto).
2.1. Atrator global para equações de reação-difusão;
2.2. Atrator global para equações de ondas dissipativas;
2.3. Regularidade e estabilidade de atratores;
2.4. Dimensões de Hausdorff e fractal de atratores.

III. Atratores em domínios não limitados (Cap. 4 do livro texto; [2], [4], [5] e [7]).
3.1. Falta de compacidade no caso não limitado: Exemplo contínuo;
3.2. Estimativas uniformes para compacidade assintótica;
3.3. Desigualdade de diferenças de Nakao;
3.4. Aplicações às equações de Schrödinger e Klein-Gordon semi-discretas.

BIBLIOGRAFIA:
Livro Texto:
1. R. Temam, *Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics*, Springer, 1997.

Bibliografia complementar:
[1] P. Constantin, C. Foias, *Navier-Stokes Equations*, Chicago Lectures in Mathematics, The University of Chicago Press, 1988.

[2] N. I. Karachalios, N. Yannacopolos, *Global existence and compact attractors for the discrete nonlinear Schrödinger equation,* Journal of Differential Equations **217** (2005), 88-123.
[3] O. Ladyzhenskaya, *Attractors for Semigroups and Evolution Equations*, Cambridge University Press, 1991.
[4] M. Nakao, *Global attractors for nonlinear wave equations with nonlinear dissipative terms,* Journal of Differential Equations **227** (2006), 204-229.
[5] J. C. Oliveira, J. M. Pereira, *Global attractors for a class of nonlinear lattices,* Journal of Mathematical Analysis and Applications **370** (2010), 726-739.
[6] J. C. Robinson, *Infinite-Dimensional Dynamical Systems: an introduction to Dissipative Parabolic PDEs and the Theory of Global Attractors*, Cambridge University Press, 2001.
[7] S. Zhou, *Attractors for second-order lattice dynamical systems with damping*, Journal of Mathematical Physics **43 (1)** (2002), 452-465.

ÁLGEBRA LINEAR COMPUTACIONAL II
PRÉ-REQUISITOS: Álgebra Linear Computacional I
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – O problema de autovalores não simétrico e simétrico: métodos QR, Arnoldi e de Lanczos. Teoria de perturbação para autovalores, valores singulares e subespaços invariantes. Métodos de subespaços de Krylov para sistemas lineares e problemas de mínimos quadrados: Métodos LSQR, CGLS, GMRES, MINRES.

OBJETIVO:
Apresentar conceitos da análise matricial envolvendo autovalores e subespaços invariantes fundamentais para a compreensão de métodos teórico e práticos para problemas lineares provenientes das áreas puras e/ou aplicadas.

PROGRAMA
UNIDADE I – **O Problema de autovalores não simétrico** (Cap. 7 do livro texto 1, Cap. 4 do livro texto 2).
1.1 Autovalores e subespaços invariantes.
1.2 Forma Canônica de Schur, reduções não unitárias.
1.3 Teoria de perturbação para o problema de autovalor não simétrico: Círculo de Gershgorin, teorema de Bauer-Fike, condicionamento de autovalores, sensibilidade de autovalores múltiplos.
1.4 Sensibilidade de subespaços invariantes e de autovetores.
1.5 Métodos para cálculo de autovalores: Métodos da potência, da iteração inversa, iteração de subespaços. Método QR com e sem shift, deflação e balanceamento.
1.6 Calculo de subespaços invariantes
1.7 Problema de autovalor generalizado: O método QZ.

UNIDADE II - **O Problema de autovalores simétrico** (Cap. 8 do livro texto 1, Cap. 5 do livro texto 2).
2.1 Propriedades gerais: Autovalores e autovetores, Decomposição de Schur para matrizes simétricas.
2.2 Teoria de perturbação para o problema de autovalor simétrico: Teorema de Weyl, Teorema do minimax de Courant-Fischer. Perturbação de subespaços invariantes.
2.3 Lei de Inercia
2.4 Método para cálculo de autovalores: Método da potência, iteração inversa, Iteração do quociente de Rayleigh. Iteração de subespaços. Método QR para autovalores de matrizes simétricas. QR com shift explícito e com shift implícito.
2.5 Iteração simultânea com aceleração de Ritz.
2.6 Método de Jacobi e métodos para matrizes tridiagonais.
2.7 Cálculo da SVD e teoria de perturbação para valores singulares.
2.8 Problemas de autovalor generalizado e a GSVD.

UNIDADE III – Métodos de Lanczos (Cap. 9 livro texto 1 e cap. 6 livro texto 2)

3.1 Propriedades e análise de convergência: subespaços de Krylov, aproximação de autovalores usando redução tridiagonal via iterações de Lanczos. Teoria de convergência de Kaniel-Paige. Uso de reortogonalização.
3.2 Lanczos bloco.
3.3 Aplicações do Método de Lanczos na solução de sistemas lineares e problemas de mínimos quadrados lineares: Problemas definido positivo simétricos e não definidos simétricos. Bidiagonalização e a SVD. Aplicação à problemas de mínimos quadrados.

UNIDADE IV - Métodos iterativos para sistemas lineares e mínimos quadrados lineares baseados em subespaços de Krylov (Leitura 33-40. do livro texto 3 e cap 6 do livro texto 2)
4.1 Iteração de Arnoldi e o Método GMRES.
4.2 Iteração de Lanczos e o método de gradientes conjugados
4.3 Biortogonalização e Gradiente Biconjugado (BCG)
4.4 Algoritmo de Golub-Kahan e LSQR. MINRES .
4.5 Precondicionamento

BIBLIOGRAFIA
Livro texto 1: GOLUB, Gene H.; VAN LOAN, Charles F. Matrix computations. 3rd. ed. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996.
Livro Texto 2: DEMMEL, James W.; Applied Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997.
Livro texto 3: TREFETHEN, Lloyd N.; BAU, David. Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997.

Bibliografia Complementar:
a) BHATIA, Rajendra. Matrix analysis. New York: Springer, 1996.
b) GREENBAUM, Anne; Iterative Methods for Solving Linear Systems. Philadelphia: SIAM, 1997..
c) HORN, Roger A.; JOHNSON, Charles R. Matrix analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
d) MEYER, Carl D. Matrix analysis and applied linear algebra. SIAM. Philadelphia: 2000.
e) Börk, Ake, Numerical Methods for Least Squares Problems, SIAM, Philadelphia, 1996.
f). WATKINS, David S. Fundamentals of matrix computations. New York: J. Wiley, 1991.

MÉTODOS ESPECTRAIS
PRÉ-REQUISITOS: Análise Numérica I
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Métodos Fourier-Espectrais e Chebyshev-espectrais. Esquemas de projeção e interpolação. Teoria de aproximação polinomial. Teoria de estabilidade e convergência. Métodos espectrais para problemas de valor inicial e de contorno. Aspectos computacionais.

OBJETIVO: Introduzir teoria básicas para o estudo e desenvolvimento de métodos de construção de soluções numéricas altamente precisas para modelos que envolvem EDOs, EDPs, etc.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Métodos Espectrais Básicos (Cap. 1 do livro texto de R. Peyret e Cap. 1 de Canuto et al (1988, 2010))
1.1. Métodos dos resíduos ponderados
1.2. Método espectral-Galerkin
1.4. Método de colocação
1.5. Aproximação de soluções de equações diferenciais
1.5..1 O método de Galerkin tradicional
1.5.2 O método tau
1.5.3 O método de Colocação

II. O método Fourier-espectral (Cap. 2 do livro texto de R. Peyret e Canuto et all (1988, 2010))
2.l. Série de Fourier truncada e resultados de convergência
2.2. Série de Fourier Discreta
2.3. Relação entre os coeficientes de Galerkin e Colocação.
2.4 Métodos pseudo-espectrais.
2.4 Diferenciação espectral e pseudo-espectral.
2.5 Erro de distorção e fenômeno de Gibbs

III. Teoria da aproximação polinomial (Caps. 2,5 do livro texto de Canuto et all (1988, 2010))
III.1
3.1. Polinômios ortogonais em (-1,1)
3.2. Polinômios de Legendre
3.3. Polinômios de Chebyshev
3.4 Polinômios de Jacobi
3.5 Aproximação em domínios não-limitados.
3.6 Transformações para domínios não-limitados.
3.7 Expansões em produtos tensoriais
3.8 Expansões em triângulos e domínos relacionados.

III.2
3.9 Métodos de Fourier-espectrais: estimativas para os erros de truncamento e de melhor aproximação.

3.10 Expansões de Sturm-Liouville
3.11 Normas discretas
3.12 Aproximações de Legendre
3.13 Aproximações de Chebyshev
3,14 Aproximações por polinômios de Jacobi.
3.15 Aproximações por polinômios de Laguerre e Hermite.
3.16 Aproximação em domínios simples (produtos cartesianos)
3.17 Aproximacões em triângulos e domínos relacionados.

IV. Teoria de estabilidade e convergência (Cap. 6 do livro texto de Canuto et all (2010))
4.1 Um método de Fourier-Galerkin para a equação da onda
4.2 Um método de Chebyshev-colocação para a equação do calor
4.3 Um método de Legendre-Tau para a equação de Poisson.
4.4 Teoria Geral
4.5 Formulação geral de aproximações espectrais para problemas lineares estacionários
4.6. Métodos de Galerkin, Colocação e Tau
4.7 Formulação geral de aproximações espectrais para problemas lineares de evolução

V. Aspectos computacionais (Cap. 4 do livro texto de Canuto et all (2010))
5.1 Métodos diretos
5.2 análise espectral/pseudo espectral da matriz de diferenciação espectral
5.3 Pré-condicionamento
5.4 Métodos espectrais ‘multigrid’

VI. Métodos espectais para as equação de advecção-difusão
(Cap. 4 de Peyret(1997))
VII. Métodos espectrais para as equações de Navier-Stokes.
[opcional: Caps. 5,7 do livro texto de Peyret (2010))]
VIII. O Método dos elementos espectrais [opcional (Funaro (1997))]

BIBLIOGRAFIA
Livro Texto:
5.CANUTO, C., HUSSAINI, M. Y., QUARTERONI, A. & ZANG, T. A., Spectral Methods in Fluid Dynamics, Springer-Verlag (1988).
6.CLAUDIO G CANUTO, M. YOUSUFF HUSSAINI, ALFIO QUARTERONI AND THOMAS A. ZANG, Spectral Methods; Fundamentals in Single Domains, Springer-Verlag (2010)
7.ROGER PEYRET, Spectral methods for incompressible fluid flow, Springer (2010).

Bibliografia complementar:
11.FUNARO, D., Polynomial Approximation of Differential Equations, Springer-Verlag, Heidelberg (1992).
12.FUNARO, D., Spectral Elements for Transport-Dominated Equations, Springer-Verlag (1997).

13.GUO BEN-YU, Spectral Methods and their Applications, World Scientific (1998)
14.KOPRIVA, D. A., Implementing Spectral Methods for Partial Differential Equations Algorithms for Scientists and Engineers, Springer (2009).
15.FORNBERG, B., A Practical Guide to Pseudospectral Methods, CUP, Cambridge (1966).
16.TREFETHEN, L. N., Spectral Methods in MATLAB, SIAM (2000).
17.BOYD, J. P., Chebyshev and Fourier Spectral Methods, 2nd ed., Dover (2000).
18.GOTTLIEB, D. & ORSZAG, S. A.Numerical Analysis of Spectral Methods: Theory and Applications, SIAM (1987).

MÉTODOS COMPUTACIONAIS DE OTIMIZAÇÃO
PRÉ-REQUISITOS: nenhum
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA
Condições de otimalidade para problemas de programação não linear. Convexidade e dualidade. Minimização de quadráticas. Sistema de equações não lineares e principais métodos para a sua resolução (Newton, Quase-Newton e Newton Inexato). Resultados de convergência local dos principais métodos para sistemas não lineares. Minimização irrestrita, busca linear e principais métodos para minimização irrestrita (métodos de Newton, Quase-Newton e Newton Truncado). Região de confiança. Método de barreira, penalidade externa e lagrangeano aumentado para minimização restrita. Programação quadrática seqüencial (PQS).

OBJETIVO DA DISCIPLINA:
-Estudar a teoria clássica de otimização;
-Apresentar os principais métodos para problemas de programação não linear bem como seus aspectos teóricos e numéricos.

PROGRAMA DETALHADO:
1) Introdução (capítulo 1 do livro texto 1)
1.1) Motivação
1.2) Definição de minimizadores
1.3) Teorema de Bolzano-Weierstrass

2) Condições de otimalidade (capítulo 2 do livro texto 1)
2.1) Restrições na forma geral
2.2) Restrições de igualdade
2.3) Restrições de desigualdade
2.4) Restrições de igualdade e desigualdade

3) Convexidade e dualidade (capítulo 3 do livro texto 1)
3.1) Convexidade
3.2) Dualidade

4) Sistemas de equações não lineares (capítulo 5 do livro texto 1)
4.1) O método de Newton
4.2) O método de Quase-Newton
4.3) O método de Newton-Inexatos
4.4) Convergência local
4.4.1) O teorema das duas vizinhanças
4.4.2) Convergência quadrática do Newton
4.4.3) Convergência do Quase-Newton
4.4.4) Convergência do Newton-Inexato

5) Minimização irrestrita e busca linear (capítulo 6 do livro texto 1)

5.1) Algoritmos gerais, backtracking, decréscimo suficiente e convergência global5.2) O método de Newton
5.3) O método de Quase-Newton
5.4) O método de Newton-Truncado

6) Região de confiança (capítulo 4 do livro texto 2, seção 4.1 a 4.3)
6.1) Algoritmo geral
6.2) O ponto de Cauchy, o método Dog-Leg, minimização no subespaço bidimensional e a
abordagem de Steihaug
6.3) Caracterizando soluções do subproblema
6.4) Convergência global

7) Métodos de gradiente conjugado (capítulo 5 do livro texto 2)
7.1) Método de gradiente conjugado linear
7.2) Métodos de gradiente conjugado para o caso não linear
 7.2.1) Método de Fletcher-Reeves
 7.2.2) Método de Polak-Ribiere

8) Penalidade (capítulo 10 do livro texto 1)
8.1) O método de barreiras
8.2) Penalidade externa
8.3) Lagrangeano aumentado

9) Programação quadrática sequencial (capítulo 18 do livro texto 2)
9.1) O método local
9.2) Métodos práticos para PQS
9.3) PQS para restrições de igualde e desigualde
9.5) Taxa de convergência

BIBLIOGRAFIA
Livro Texto:
1. SANTOS, S. A, MARTÍNEZ, J. M. Métodos Computacionais de Otimização. 20o
Coloquio de Matemática. IMPA, 1995.
2. NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. Numerical Optimization. Springer Series in Operations
Research. Springer Verlag. New York, 1990.
Bibliografia complementar:
1. BERTSEKAS, D.P. - Nonlinear Programming. Athena Scientific, 1995.
2. BONNANS, J.F., GILBERT J-CH., LEMARÉCHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C. -
Numerical optimization : theoretical and practical aspects. 2nd ed, Berlin; New York.
Springer, 2006.
3. DENNIS JR, J. E., SCHNABEL, R. B. - Numerical methods for unconstrained
optimization and nonlinear equations. Corrected reprint of the 1983 original. Classics in
Applied Mathematics, 16. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM),

Philadelphia, PA, 1996.
4. A. IZMAILOV; M. SOLODOV – Otimização-Volume 1: Condições de otimalidade,
Primeira Edição, Projeto Euclides, IMPA, 2007.
5. A. IZMAILOV; M. SOLODOV – Otimização-Volume 2: Métodos Computacionais,
Primeira Edição, Projeto Euclides, IMPA, 2007

INTRODUÇÃO À OTIMIZAÇÃO CONTÍNUA
PRÉ-REQUISITOS: Álgebra Linear e Análise.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA
Existência de soluções. Condições de otimalidade para problemas sem restrições. Condições de otimalidade em forma primal para problemas com restrições.
O cone tangente. Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade (condições de Lagrange, condições de segunda ordem). Conjuntos convexos. Teoremas de separação. Teoremas de alternativa. Funções convexas. Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade e desigualdade (condições de KarushKuhn-Tucker, condições de segunda ordem). Elementos da Teoria de Dualidade.

OBJETIVO
Introduzir as ferramentas básicas da teoria da otimização contínua em espaços de
dimensão finita e alguns conceitos básicos de análise convexa e de teoria de dualidade.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Condições de Otimalidade (Cap. 1 do livro texto)
1.1. Definições de fatos básicos
1.2. Existência de soluções globais
1.4. Condições de otimalidade para problemas sem restrições
1.5. Condições de otimalidade em formato primal para problemas com restrições
1.6. Os cones viável e tangente

II. Problemas com Restrições de Igualdade (Cap. 2 do livro texto)
2.l. O cone tangente no caso de restrições de igualdade
2.2. As condições de otimalidade de Lagrange
2.3. Condições de otimalidade de segunda ordem

III. Elementos de Análise Convexa (Cap. 3 do livro texto)
3.1. Definições de convexidade; O problema de otimização convexo
3.2. Conjuntos convexos; Teoremas de separação
3.3. O operador de projeção; Pontos extremos
3.4. Teoremas de alternativa
3.5. Funções convexas; Funções fortemente convexas
3.6. Funções convexas diferenciáveis

IV. Problemas com Restrições de Igualdade e Desigualdade (Cap. 4 do livro texto)
4.1. O cone tangente no caso de restrições de igualdade e desigualdade
4.2. Condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker
4.3. Condições de otimalidade de segunda ordem
V. Elementos da Teoria de Dualidade (Cap. 5 do livro texto)

4.1. Dualidade em programação linear
4.2. Dualidade para um problema geral

BIBLIOGRAFIA

Livro Texto:
1. A. IZMAILOV; M. SOLODOV – Otimização-Volume 1: Condições de Otimalidade,
Elementos de Análise Convexa e de Dualidade, Segunda Edição, Projeto Euclides,
IMPA, 2009.

Bibliografia complementar:
1. BERTSEKAS, D. P. - Nonlinear programming, Belmont, Mass.: Athena Scientific,
1995.
2. LUENBERGER, D. G. - Linear and nonlinear programming. 2nd ed. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2003.
3. PERESSINI, A. L.; SULLIVAN, F. E., UHL, J. J., JR- The mathematics of nonlinear programming. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1988.
4. ROCKAFELLAR, R. T. - Convex Analysis. Princeton Univ. Press, 1970.

ANÁLISE FUNCIONAL APLICADA
PRÉ-REQUISITOS: Análise Funcional.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Espaços de Hilbert e Espaços de Banach, Espaços Topológicos, O Teorema de Banach-Alaoglu, Espaços Localmente Convexos, Teoremas de Separação, Distribuições Temperadas, Transformada de Fourier, Operadores Compactos, Alternativa de Fredholm, O Teorema Espectral para Operadores Limitados Auto-Adjuntos, Operadores Lineares Densamente Definidos.

OBJETIVO: Introduzir e estudar tópicos avançados de Análise Funcional e suas potenciais aplicações.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Espaços de Hilbert e espaços de Banach –revisão (Cap. II e III do livro texto)
1.1. Definições e propriedades básicas em espaços de Hilbert.
1.2. O Teorema de Representação de Riesz.
1.3. Bases ortonormais em espaços de Hilbert.
1.4.Definições e propriedades básicas em espaços de Banach.
1.5. Dual de bidual de um espaço de Banach.
1.6.Teorema de Hahn-Banach.

II. Espaços topológicos(Cap. IV do livro texto)
2.1. Definições gerais em espaços topológicos–revisão.
2.2. Nets e convergência.
2.3.Compacidade.
2.4.O Teorema de Riesz-Markov.
2.5. Topologias fracas em espaços de Banach.
2.6.O Teorema de Banach-Alaoglu.

III. Espaços localmente convexos (Cap. V do livro texto)
3.1. Propriedades gerais dos espaços localmente convexos.
3.2. O Funcional de Minkowski.
3.3. Teoremas de separação de convexos.
3.4. Espaços de Fréchet.
3.5. Espaços das distribuições temperadas (propriedades básicas e exemplos).
3.6.Atransformada de Fourier (propriedades básicas).

IV. Operadores lineares limitados–revisão(Cap. VI do livro texto)
4.l. Topologias no espaço dos operadores limitados.
4.2. Adjunto e espectro.
4.3. Operadores positivos.
4.4.Operadores compactos.
4.5.Alternativa de Fredholm.
4.6.O Teorema Espectral para operadores compactos e auto-adjuntos –revisão.
4.7.Operadores integrais.

V. O Teorema Espectral para operadoreslimitadose auto-adjuntos(Cap. VII do livro texto)
5.1. Cálculo funcional.
5.2. Medidas espectrais.
5.3. O Teorema Espectral (forma do cálculo funcional).
5.4. O Teorema Espectral (forma multiplicativa).
5.5. Projeções espectrais.
5.6. O Teorema Espectral (forma p.v.m.).

VI. Operadores lineares ilimitados (Cap. VII do livro texto)
6.1Definições e propriedades básicas dos operadores lineares densamente definidos.
6.2. Adjunto e espectro.
6.3. Operadores simétricos.
6.4. O critério básico.
6.5.O Teorema Espectral.

BIBLIOGRAFIA
Livro Texto:

1. REED, M., SIMON, B – Methods of Modern Mathematical Physics I: Functional Analysis. Academic Press.

Bibliografia complementar:

[1] W. RUDIN, Functional analysis, 1991.
[2]C.W. GROETCH, Elements of applicable functional analysis, UMI books on demand.

GEOMETRIA RIEMANNIANA
PRÉ-REQUISITO: Variedades Diferenciáveis
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Métricas Riemannianas. Conexão de Levi-Civita. Geodésicas. Aplicação Exponencial. Vizinhanças Normais e Convexas. Derivação Covariante de Tensores. Tensor de Curvatura. Campos de Jacobi. 1ª e 2ª Variação dos Funcionais Comprimento e Energia. Pontos Conjugados. Teorema de Bonnet-Myers. Imersões isométricas: equações de Gauss e Codazzi. Variedades Riemannianas completas: Teorema de Hopf-Rinow e Teorema de Hadamard. Espaços de curvatura constante. Teoremas de comparação para Curvaturas Seccional e de Ricci.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
1- Propiciar ao estudante uma introdução às ideias básicas da Geometria Riemanniana.
2- Permitir que o estudante aprecie a relação entre aspectos locais e globais da Geometria das Variedades.
3- Propiciar ao estudante uma base mínima para entender resultados geométricos mais avançados.

PROGRAMA:

1- GEOMETRIA RIEMANNIANA LOCAL [1,3,4]
1.1 – Métrica Riemanniana: Definição e exemplos.
1.2 - Tensores e Derivada Covariante.
1.3 - Derivada Covariante em Curvas e Transporte Paralelo. Geodésicas.
1.4 – O Tensor de Curvatura e suas simetrias. Curvatura Seccional e de Ricci.
1.5 – O Fibrado Tangente e a Aplicação Exponencial.
1.6 - Vizinhanças Normais e Convexas.

2 – PROPRIEDADES VARIACIONAIS DAS GEODÉSICAS [1,3,4]
2.1 -Propriedades Minimizantes das Geodésicas.
2.2- Primeira e Segunda Variação do Comprimento de Arco e da Energia.
2.3- Campos de Jacobi.
2.4- Relação entre Geodésicas e Curvatura: Pontos Conjugados.
2.5- Elementos de Espaços de Recobrimento e Grupo Fundamental.
2.6 –O Teorema de Bonnet-Myers.

3- VARIEDADES COMPLETAS [1,3,4]
3.1- Variedades Completas. O Teorema de Hopf-Rinow.
3.2- O Teorema de Hadamard

4- GEOMETRIA DE SUBVARIEDADES [1,3,4]
4.1 – Imersões Isométricas: Definição e exemplos.
4.2 – A Conexão Induzida. Segunda Forma Fundamental.
4.3 – A Equação de Gauss
4.4 – Geodésicas em subvariedades. Subvariedades totalmente geodésicas.

4.5 – A Conexão Normal. A Equação de Codazzi.

5 – TEOREMAS DE COMPARAÇÃO [2,4]
5.1 – Variedades de Curvatura Seccional Constante.
5.2 – Função distância: Equações de comparação para a Hessiana, Laplaciano e Volume.
5.3 – O Teorema de Comparação de Volume de Bishop-Cheeger-Gromov.
5.4 – Aplicação: o Teorema de Cheng da Rigidez de Diâmetro Maximal.
5.5 - O Cut Locus. Estimativas básicas do Raio de Injetividade
5.6 – O Teorema do triângulo de Toponogov.
5.7 – Aplicação: o Teorema da Esfera.

BIBLIOGRAFIA:
[1] Do CARMO, M. P.- Geometria Riemanniana, Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1979.
[2] CHEEGER, J., EBIN, D. - Comparison Theorems in Riemannian Geometry, Amsterdam, North-Holland, 1975.
[3] O'NEILL, B. - Semi-Riemannian Geometry with applications to Relativity, New York, Academic Press, 1983.
[4] PETERSEN, P. - Riemannian Geometry, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 2006.

MÉTODOS ITERATIVOS PARA PROBLEMAS INVERSOS
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Método de Landweber linear, não linear, métodos de Landweber. Modificados, método do gradiente conjugado, métodos tipo. Newton inexatos (Gauss-Newton, IRGN, Levenberg-Marquardt), Métodos level-set, Aplicação 1: problemas inversos modelados por equações. Integrais, Aplicação 2: problemas inversos modelados por equações. Diferenciais.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a analise de convergência de métodos Iterativos para problemas inversos.

PROGRAMA DETALHADO:

Unidade 1: Introdução à regularização iterativa
- Definições e conceitos básicos
- Condições de fonte
- Convergência e taxas

Referencia: [6] §1.1, §1.2
[5] $2.1 a §2.4
[7] $2.1, §2.3, §2.4, §2.5, §2.6

Unidade 2: Método de Landweber: Problemas lineares
- Métodos de Landweber e Landweber acelerado
- Os mu-métodos
- Estabilidade, convergência
- Principio da discrepância
- Estimativas para o numero de iterações

Referencia: [1] $6.1 a §6.3

Unidade 3: Método de Landweber: Problemas não-lineares
- Definição e exemplos
- Condição do cone tangencial
- Critério de parada
- Convergência e taxas

Referencia: [1] §11.1
[6] §2.1 a §2.4

Unidade 4: Métodos de Landweber modificados
- Iteração de Landweber em escalas de Hilbert
- Método de Landweber iterativamente regularizado
- Método de Landweber sem derivadas
- Método Landweber-Kaczmarz

Referencia: [6] §3.1, §3.2, §3.3, §3.5

Unidade 5: Método de gradiente conjulgado
- Estabilidade e Convergência

- Principio da discrepância
- Estimativas para o numero de iterações

Referencia: [1] §7.1 a §7.4
[6] §3.4

Unidade 6: Métodos tipo Newton
- Método de Levenberg-Marquardt
- Método de Guass-Newton
- Método de Guass-Newton iterativamente regularizado (IRGN)
- Método IRGN modificado

Referencia: [6] $4.1 a §4.4

Unidade 7: Métodos level-set
- Regularização continua
- Métodos level-set

Referencia: [6] $6.1, §6.2

BIBLIOGRAFIA:
Livros principais: [1], [6]; ***Livros secundários***: [5], [7].

[1] Engl, Heinz W.; Hanke, Martin; Neubauer, Andreas, "Regularization of inverse problems", Kluwer, Dordrecht, 1996.
[2] Groetsch, Charles; "Generalized inverses of linear operators: representation and approximation", Marcel Dekker, New York, 1977.
[3] Groetsch, Charles, "Elements of applicable functional analysis", Marcel Dekker, Inc., New York, 1980.
[4] Groetsch, Charles, "Stable approximate evaluation of unbounded operators" Springer-Verlag, Berlin, 2007.
[5] Groetsch, Charles, "The theory of Tikhonov regularization for Fredholm equations of the first kind", Pitman, Boston, MA, 1984.
[6] Kaltenbacher, Barbara; Neubauer, Andreas; Scherzer, Otmar, "Iterative regularization methods for nonlinear ill-posed problems", Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin, 2008.
[7] Kirsch, Andreas, "An introduction to the mathematical theory of inverse problems", Springer-Verlag, New York, 1996.
[8] Schuster, Thomas; Kaltenbacher, Barbara; Hofmann, Bernd; Kazimierski, Kamil, "Regularization methods in Banach spaces", Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin, 2012.

MÉTODOS DE ANÁLISE NÃO-LINEAR
PRÉ-REQUISITO: Análise Funcional; Teoria de Medida e Integração
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Consequências do princípio da contração. Introdução à teoria de bifurcação. Teoremas de ponto fixo. Teoria do grau e aplicações. Cálculo variacional moderno.

OBJETIVO: Introduzir os conceitos e resultados básicos ao entendimento da teoria da Análise Não Linear.

PROGRAMA:

1. Consequências do Princípio da Contração (Cap. 1 de [L1]; Cap. 4 de [L2])
1.1 O Teorema da função implícita e o método da continuidade. Aplicações a equações diferenciais parciais semi-lineares.
1.2 Teoremas de Brezis-Browder, Caristi e o Princípio de Ekeland. Aplicações a equações diferenciais.
1.3 Teorema do ponto fixo de Banach-Göhde-Kirk e aplicação à existência de soluções periódicas para equações diferenciais (Teorema de Browder).

2. Introdução à teoria de bifurcação (Caps. 1 de [L5])
2.1 O método de Lyapunov-Schmidt
2.2 Teorema da função implícita para núcleos unidimensionais.
2.3 Bifurcações com núcleos unidimensionais e o Teorema de Crandall-Rabinowitz.
2.4 Fórmulas de bifurcação para o caso estacionário.
2.5 Princípio da troca de estabilidade para o caso estacionário.
2.6 Bifurcação de Hopf.
2.7 Aplicações a equações diferenciais.

3. Teoremas de ponto fixo (Cap. 2 de [L1], Cap. 5 de [L3])
3.1 Teoremas do ponto fixo de Brouwer, Schauder, Schaefer e Darbo.
3.2 Aplicações a equações diferenciais.

4. Teoria do Grau e Aplicações (Cap. 3 de [L1]; Caps. 1, 2 de [L2])
4.1 A teoria do grau de Brouwer e aplicações.
4.2 A teoria do grau de Leray-Schauder.
4.3 Resultados de bifurcação global
4.4 Aplicação: Teorema de Leray em Hidrodinâmica.

5. Cálculo Variacional (Cap. 4 de [L1] , Cap. 6 de [L3], Cap. 5 de [L4])
5.1 Equações de Euler-Lagrange e lagrangeanos nulos.
5.2 O Método direto do cálculo de variações.
5.3 Solução fraca da equação de Euler-Lagrange.
5.4 Policonvexidade.
5.5 Convergência de energias e convergência forte.
5.6 A condição de Palais-Smale e o lema da deformação.

5.7 O Princípio do Min-Max
5.8 O Teorema da passagem na montanha de Ambrosetti-Rabinowitz e aplicações a equações diferenciais.
5.9 O Teorema de Landesman-Lazer.

BIBLIOGRAFIA:

Livros-Texto:

[L1] K.-C. Chang, Methods in Nonlinear Analysis, Springer (2010).
[L2] K. Deimling, Nonlinear Functional Analysis, Dover Publications, 2010.
[L3] P. Drábek, J. Milota, Methods of Nonlinear Analysis. Applications to Differential Equations. Birkhäuser Advanced Texts, Birkhäuser, 2007.
[L4] S. Kesavan, Nonlinear Functional Analysis. A First Course. Hindustan Book Agency, 2004.
[L5] H. Kielhöfer, Bifurcation Theory: An Introduction with Applications to Partial Differential Equations, Springer, 2012.

Bibliografia auxiliar:

[A1] H. Amann, Ordinary differential equations. An introduction to nonlinear analysis, Walter de Gruyter & Co., 1990.
[A2] D. H. Sattinger. Bifurcation of periodic solutions of the Navier-Stokes equations. Arch. Rational Mech. Anal. 41, 66-80 (1971).
[A3] D. H. Sattinger, Stability of bifurcating solutions by Leray-Schauder degree. Arch. Rational Mech. Anal. 43, 154-166 (1971).
[A4] D. H. Sattinger, Topics in Stability and Bifurcation Theory, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 309. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1973
[A5] J. T. Schwartz, Nonlinear Functional Analysis, Gordon and Breach Science Publishers, 1969.
[A6] G. Teschl, Nonlinear Functional Analysis.
URL: http://www.mat.univie.ac.at/~gerald/
[A7] E. Zeidler, Applied Functional Analysis: Applications to Mathematical Physics, Springer, New York 1995.
[A8] E. Zeidler, Applied Functional Analysis: Main Principles and Their Applications, Springer, New York 1995.
[A9] E. Zeidler, Nonlinear Functional Analysis and its Applications. I: Fixed-Point Theorems, Springer-Verlag New York, 1986.

ELEMENTOS DE TEORIA ESPECTRAL
PRÉ-REQUISITO: Análise Funcional
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Cálculo de Funções Vetoriais; Análise Espectral de Operadores Lineares; Potências Fracionárias;

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
Unidade 1- Cálculo de Funções Vetoriais – Capítulo 5 da Referência [1]
1.1 Funções analíticas vetoriais
1.2 Curvas retificáveis
1.3 Integral de Riemann-Stieltjes de funções contínuas
1.4 Teoremas de Cauchy e expansão em séries
1.5 O Teorema do Máximo Módulo

Unidade 2 - Análise espectral de operadores lineares – Capítulos 5 e 6 da Referência [1]
2.1 O operador resolvente
2.2 Operadores lineares limitados
2.2.1 Raio espectral
2.3 Operadores duais
2.4 Operadores compactos
2.5 Operadores adjuntos, simétricos e auto-adjuntos
2.6 Caraterização minimax de autovalores
2.7 Operadores dissipativos e a imagem numérica
2.8 Cálculo operacional
2.8.1 Cálculo operacional para operadores limitados
2.8.2 Cálculo operacional para operadores fechados
2.9 Conjuntos espectrais
2.10 Pontos isolados do espectro
2.11 O Teorema da Aplicação Espectral
2.12 Decomposição espectral: operador compacto e auto-adjunto
2.13 Continuidade do espectro
2.13.1 Perturbação

Unidade 3 - Potências Fracionárias – Capítulo 2 da Referência [2]
3.1 Introdução
3.2 Operadores de tipo positivo
3.3 Interpolação e potências fracionárias

BIBLIOGRAFIA:
Livros Texto:

1) Taylor, E., Lay, D. C. - Introduction to Functional Analysis, John Wiley & Sons, 1980.
2) Pazy, A. - Semigroups of Linear operators and Applications to Partial Differential Equations, Springer, 1983.

3) Henry, D. - Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations, 1981.

Bibliografia complementar:

4) Conway, J. B. - Functions of One Complex Variable I, Springer 1978.
5) Yosida, K. - Functional Analysis, Springer 1980.
6) Kato, T. - Perturbation Theory for Linear Operators, Springer 1980.
7) Dunford, N. e J. T. Sscwartz - Linear Operators-Part I: General Theory, Jonh Wiley & Sons, 1957.

INTRODUÇÃO À COHOMOLOGIA DE GRUPOS
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Ações de grupos em CW-complexos. Os funtores de Homologia e Cohomologia de um grupo. Cohomologia e extensões de grupos. Produtos. Cohomologia de grupos finitos.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
1) Revisão: Grupo fundamental e espaços de recobrimento (Capítulo 1 – Hatcher (2))
– Definição de grupo fundamental
– Espaços de recobrimento e recobrimento universal
– Deck transformations e recobrimentos normais

2) Álgebra Homológica (Capítulo 1 – livro texto)
– Resoluções livres e projetivas
– Espaços K(G,1) e resoluções livres via topologia
– Resolução standard

3) Homologia e cohomologia de um grupo (Capítulos 2 e 3 – livro texto)
– Os funtores Tor e Ext
– Definição de homologia e cohomologia de grupo com coeficientes em um módulo
– Módulos induzidos e coinduzidos
– Propriedades funtoriais de H_* e H^*
– Transfer Map

4) Extensões de grupos e cohomologia (Capítulo 4 – livro texto)
– Sequências exatas curtas de grupos
– Extensões que cindem
– Classificação de extensões com núcleo abeliano

5) Produtos (Capítulo 5 – livro texto)
– Produtos cup e cap
– Produtos de composição
– Produto de Pontryagin

6) Cohomologia de grupos finitos (Capítulo 6 – livro texto)
– Resoluções completas
– Cohomologia de Tate
– Dualidade
– Módulos cohomologicamente triviais
– Grupos com cohomologia periódica

BIBLIOGRAFIA:
1. Brown, K.S. – Cohomology of groups – Springer (1982) (livro texto)

2. Hatcher – Algebraic topology – Cambridge University Press, Cambridge (2002)
3. Adem, A., Milgram, R. J. – Cohomology of finite groups – Springer (1994)
4. Weiss, E. – Cohomology of groups – Academic Press (1969)
5. Hilton, P., Stammbach, U. – A course in Homological Algebra – Springer (1977)

GRUPÓIDES, SEMIGRUPOS INVERSOS E SUAS C*-ÁLGEBRAS
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Grupóides étale, Semigrupos Inversos, suas C*-álgebras e relações entre eles.

OBJETIVOS GERAIS: Fornecer ao aluno os rudimentos da teoria de grupóides étale e semigrupos inversos, através do estudo de suas C*-álgebras.

.**CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**
I. Grupóides étale e semigrupos inversos; livro texto, cap.2, seções:
I.1 – Semigrupos Inversos
I.2 – Grupóides étale

II – C*-álgebras de grupóides como produtos cruzados por ações de semigrupos inversos; livro texto, cap.3, seções:
II.1 – Teoria de representações de grupóides étale
II.2 – Grupóides e C*-álgebras de covariância (produtos cruzados)

III – C*-álgebras de semigrupos inversos como C*-álgebras de grupóides; livro texto, cap.4, seções:
III.1 – Semigrupos inversos e grupóides associados
III.2 – O grupóide universal de um semigrupo inverso
III.3 – C*-álgebras cheia e reduzida de um semigrupo inverso como C*-álgebras de grupóides

BIBLIOGRAFIA:
Livro Texto:
1. Alan L. T. Paterson, Grupoids, Inverse Semigroups, and their Operator Algebras, Progress in mathematics, 1998.

Bibliografia complementar:
[1] Ruy Exel, *Inverse semigroups and combinatorial C*-algebras*, Bull. Braz. Math. Soc. (N.S.) **39** (2008), no. 2, 191–313.
[2] Ian Raeburn, *Graph algebras*, CBMS Regional Conference Series in Mathematics, vol. 103, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2005
[3] Jean Renault, *A groupoid approach to C*-algebras*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 793, Springer, Berlin, 1980.

MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS DE GALERKIN DESCONTÍNUO PARA PROBLEMAS DE FLUXOS MULTIFÁSICOS EM MEIOS POROSOS
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Modelos matemáticos para simulação de escoamentos bifásicos em meios porosos. Condições iniciais e condições de fronteira. Métodos de elementos finitos de Galerkin descontínuo para problemas elípticos e parabólicos degenerados. Método de Galerkin descontínuo sequencial para sistemas de equações de escoamento bifásico.

OBJETIVOS GERAIS: Introduzir a teoria de métodos de elementos finitos de Galerkin descontínuo para sistemas de equações de escoamento bifásico em meios porosos.
.
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
1. Propriedades físicas dos meios porosos. Modelos matemáticos de fluxos bifásicos em meios porosos. (Capítulos 1, 2, 3 do livro Texto 2).
1.1 Porosidade e permeabilidade absoluta.
1.2 Fluidos multifásicos em meios porosos: saturação, molhabilidade, pressão de fase, pressão
capilar, permeabilidade relativa.
1.3 Lei de Darcy para escoamentos multifásicos.
1.4 Lei de conservação de massa para escoamentos multifásicos.
1.5 Sistema de equações diferenciais parciais que regem o escoamento bifásico de fluidos imiscíveis
em meios porosos.
1.6 Formulação pressão global - saturação do sistema. Condições iniciais e de fronteira.
1.7 Meios porosos heterogêneos com forças capilares descontínuas. Condições de interface.

2. Método de Galerkin descontínuo. (Capítulos 4,5 do livro Texto 1).
2.1. Método de Galerkin descontínuo simétrico com penalização interior para problemas elípticos.
2.2. Análise de estabilidade e estimativas a priori.
2.3. Equações elípticas com coeficientes descontínuos. Método de Galerkin com médias ponderadas.
2.4. Reconstrução de fluxo difusivo em espaços de Raviart - Thomas.
2.5. Método de Galerkin descontínuo para problemas de advecção - difusão. Técnicas de estabilização.
2.6. Estimativas de erro.
2.7. Problemas de advecção - difusão com advecção dominante. Difusão localmente degenerada.

3 Método de Galerkin descontínuo sequencial para sistemas de escoamento bifásico em meios porosos na formulação pressão global - saturação. (Capítulos 4 do livro Texto 2 e 3,4,8 do livro Texto 3)

3.1. Discretização espacial e temporal de equações parabólicas .
3.2. Método de Galerkin descontínuo para equação de Darcy com reconstrução de velocidade
total em espaços de Raviart - Thomas.
3.3. Método de Galerkin descontínuo para problemas de saturação não-lineares e degenerados.
Técnicas de linearização e estabilização.

BIBLIOGRAFIA:

LIVRO TEXTO:

1. Di Pietro, Daniele A. and Ern, Alexandre. Mathematical Aspects of Discontinuous Galerkin Methods. Math_ematiques & Applications, Springer, 2011.
2. Chen, Z. Huan, G. and Ma, Y. Computational methods for multiphase flows in porous media. SIAM, 2006.
3. Rivière, B. Discontinuous Galerkin methods for solving elliptic and parabolic equations: Theory and implementation. SIAM, 2008.

Bibliografia complementar:

1. Chavent, G. and Jaffrè, J. Mathematical Models and Finite Elements for Reservoir Simulation, Elsevier, 1978.
2. Helmig, R. Multiphase ow and transport processes in the subsurface. Springer, 1997.

TÓPICOS VARIADOS
Disciplinas que podem ser oferecidas conforme necessidade de uma determinada área de estudo, com ementa variável.