UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS

ESTRUTURA CURRICULAR

DO PROGRAMA DE

PÓS-GRADUAÇÃO

EM

MATEMÁTICA PURA E APLICADA

MESTRADO

2016

PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA

CURSO DE MESTRADO EM MATEMÁTICA

Objetivo e duração do curso de mestrado

Com duração de dois anos, é recomendado para formados em cursos de matemática ou áreas afins, assim como para docentes de matemática do ensino superior de outras IES. O objetivo do Curso de Mestrado é dar formação e informação para aqueles que almejam cursar o doutorado, visando à pesquisa, ou a trabalhar no ensino superior na área de matemática ou em áreas afins.

O Curso de Mestrado em Matemática leva o aluno à obtenção do título de:

“Mestre em Matemática”

O titulado receberá o título de Mestre em Matemática em uma das seguintes áreas de concentração:

Álgebra
Análise
Geometria e Topologia
Matemática Aplicada

ESTRUTURA DO CURSO DE MESTRADO EM MATEMÁTICA

Curso de Mestrado

I – Composição do Curso

O currículo do Curso de Mestrado é composto de:
a) Disciplinas regulares divididas em quatro grupos, listadas abaixo.
b) Disciplina "Estágio de Docência", com 4 créditos, obrigatória para todos os alunos. O Estágio de Docência é constituído de atividades didáticas, supervisionadas por um professor (denominado de tutor), em que o aluno da Pós-Graduação ministra aulas em turmas regulares de graduação da nossa Universidade, em conformidade com a Resolução Complementar à Resolução Normativa n.º 05/CUn/2010.
c) Disciplina "Colóquio de Matemática" com 2 créditos. A disciplina consta de palestras proferidas por pesquisadores locais ou convidados e será oferecida sempre que possível.
d) Dissertação de mestrado, com 6 créditos.

II – Requisitos

Para o Mestrado em Matemática o aluno deve satisfazer os seguintes requisitos, além do previsto no Regimento Interno do Programa.

a) Obter aprovação em, 2 disciplinas obrigatórias, 1 eletiva do grupo 1, 1 eletiva do grupo 2, 1 eletiva do grupo 3 e 1 eletiva do grupo 4 e 1 eletiva escolhida entre os grupos 2, 3 ou 4.
b) A critério do Colegiado Delegado e por solicitação do aluno, este poderá ser dispensado de uma ou mais das disciplinas do item "a". desde que tenha cursado disciplina compatível na graduação e obtido nota igual ou superior a 7,0 (sete).
c) Em qualquer hipótese o aluno deverá cursar e obter aprovação em, no mínimo, 6 (seis) disciplinas regulares do programa.
d) Obter aprovação no Estágio de Docência.
e) Cursar a disciplina Colóquio de Matemática em todos os semestres em que o aluno estiver matriculado se e a disciplina for oferecida.
f) Casos omissos serão resolvidos pelo Colegiado Delegado, em conformidade com suas atribuições.

III – Disciplinas Regulares
As disciplinas regulares são listadas na tabela abaixo, com as seguintes observações:
a) A disciplina obrigatória de Cálculo Avançado será oferecida no primeiro semestre letivo e a de Análise Funcional no segundo semestre letivo.
b) As disciplinas eletivas do Grupo 1 e do Grupo 2 serão oferecidas no primeiro semestre letivo e as disciplinas do Grupo 3 serão oferecidas no segundo semestre.
c) As disciplinas eletivas do grupo 4 poderão ser oferecidas no primeiro ou segundo semestre, conforme a necessidade.
d) O aluno deverá optar por uma área de concentração, o que deverá nortear a escolha das disciplinas eletivas, visando à área em que será elaborada a dissertação de mestrado.

Disciplinas do Curso de Mestrado

Categoria	**Disciplinas Regulares (eletivas)**	**Créditos**
Obrigatórias	MTM410018 Cálculo Avançado MTM410029 Análise Funcional	06 06
Grupo 1	MTM410019 Álgebra Linear MTM410024 Álgebra Linear Computacional	06 06
Grupo 2	MTM410034 Equações Diferenciais Ordinárias MTM410020 Variável Complexa	06 06
Grupo 3	MTM410035 Equações Diferenciais Parciais MTM410028 Análise Numérica I MTM331200 Programação Linear MTM410027 Medida e Integração MTM330400 Estruturas Algébricas MTM410026 Topologia MTM331000 Geometria Diferencial MTM410057 Sistemas Dinâmicos MTM410056 Programação Não-Linear **MTM410071 Grupos Finitos e suas Representações** **MTM410073 Métodos Matemáticos para Estatística**	06 06 06 06 06 06 06 06 06 **06** **06**
Grupo 4	MTM410039 Álgebras de Operadores MTM410051 Variedades Diferenciáveis MTM410052 Topologia Algébrica MTM410053 Probabilidade e Processos Markovianos MTM410055 Dinâmica Simbólica MTM410064 Teoria Ergódica e de Informação MTM410038 Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev MTM410037 Análise Numérica II MTM410036 Introdução às Álgebras de Hopf MTM410030 Teoria de Aneis Não-Comutativos MTM410048 Coaneis e Comódulos MTM410040 Análise Convexa MTM410082 Fibrados em Variedades Diferenciáveis MTM410068 Álgebra Comutativa MTM410066 Introdução à Teoria de Regularização MTM410070 Introdução à Teoria de Categorias **MTM410081 Modelagem Matemática: Biomatemática** Tópicos Variados	06 06 06 06 06 06 06 06 06 06 06 06 06 06 06 06 **06** 06

Disciplinas Complementares	Créditos
MTM410025 Estágio de Docência	04
MTM410060 Colóquio de Matemática I	02
MTM410061 Colóquio de Matemática II	02
MTM410062 Colóquio de Matemática III	02
MTM410063 Colóquio de Matemática IV	02
MTM410047 Dissertação de Mestrado	06

EMENTAS DAS DISCIPLINAS DE MESTRADO

CÁLCULO AVANÇADO
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Diferenciação em Rn, Campos Vetoriais, Formas Diferenciais e Teorema de Stokes.

Seção 1 - Diferenciação em Rn .
1.1 - Funções f : Rn ! R .
1.1.1 Derivadas Parciais.
1.1.2 Teorema de Schwarz.
1.1.3 Fórmula de Taylor.
1.1.4 Hessiana de uma função, análise dos pontos críticos.
1.2 - Funções Implícitas .
1.2.1 Teorema da Função Implícita.
1.2.2 Hipersuperfícies.
1.2.3 Multiplicadores de Lagrange.
1.3 - Aplicações Diferenciáveis f : Rm ! Rn .
1.3.1 A Derivada como transformação linear.
1.3.2 Regra da Cadeia. Mudança de Coordenada em Rn.
1.3.3 Teorema da Função Inversa.
1.3.4 Forma Local das Submersões e das Imersões.
1.3.5 Exemplos.

Seção 2 - Campos Vetoriais .
2.1 - Exemplos. Operadores Diferenciáveis .
2.1.1 Campos Conservativos.
2.1.2 Campos Lineares em Rn, n _ 3.
2.1.3 Campos como Operadores Diferenciais.
2.1.4 Derivada de Lie de um Campo Vetorial.
2.1.5 Álgebra de Lie dos Campos Vetoriais. Integrabilidade.
2.1.6 Operadores Diferenciais Rotacional e Divergente.
2.2 - Fluxos de Campos Vetoriais .
2.2.1 Fluxos.
2.2.2 Fluxos Lineares em Rn, n _ 3.
2.2.3 Teorema de Existência Local, Unicidade e Diferenciabilidade
de Fluxos.

Seção 3 - Integração Vetorial .
3.1 - Teoremas Clássicos de Integração .
3.1.1 Teorema Fundamental do Cálculo, Stokes e Gauss.
3.2 - Formas Diferenciais .
3.2.1 Álgebra Exterior.
3.2.2 Formas Diferenciais.
3.2.3 Operador Derivada Exterior.
3.2.4 Teorema de Stokes.
3.2.5 Aplicações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A numeração atribuída as referência bibliográficas em cada seção representa a ordem, em importância, sugerida pela presente proposta.

1. Seção 1

[1] - Lima, Elon L. - Análise Real, Funções de n Variáveis, vol 2, Coleção Matemática Universitária, IMPA.

[2] - Spivak,M - Calculus on Manifolds - Benjamin/CUmminings Publ. Company.

2. Seção 2

[1] - Abraham,R.; Marsden,J.E. and Ratiu,T. - Manifolds, Tensor Analysis and Applications - Applied Mathematical Sciences 75, Springer.

[2] - Smale,S. and Hirsch,M. - Diferential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra - Mathematics 60, Academic Press.

[3] - Spivak, M. - Diferential Geometry - Publish or Perish.

3. Seção 3

[1] - Spivak,M - Calculus on Manifolds - Benjamin/CUmminings Publ. Company.

[2] - Guillemin,V. and Pollack,A. - Di_erential Topology - Prentice Hall.

ANÁLISE FUNCIONAL
PRÉ-REQUISITOS: Álgebra Linear e Análise.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Espaços normados, espaços com produto interno, teoremas fundamentais para espaços normados, teoria espectral para operadores lineares em espaços normados e teoria espectral para operadores compactos em espaços normados.

OBJETIVO: Introduzir ao aluno algumas ferramentas de análise funcional, correlacionando as mesmas com as diversas áreas da matemática onde elas são necessárias.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Espaços normados e espaços de Banach - Cap. 2 do livro texto 1, seções:
2.2. Espaços normados e espaços de Banach.
2.3. Propriedades de espaços normados
2.4. Espaços normados de dimensão finita
2.5. Compacidade e dimensão finita
2.6. Operadores lineares
2.7. Operadores limitados e contínuos
2.8. Funcionais lineares
2.9. Operadores lineares em espaços de dimensão finita
2.10. Espaços de operadores. Espaço dual

II. Espaços com produto interno e espaços de Hilbert – Cap. 3 do livro texto 1, seções:
3.l. Espaços com produto interno. Espaços de Hilbert
3.2. Propriedades de espaços com produto interno
3.3. Somas diretas e complemento ortogonal
3.4. Conjuntos e sequências ortonormais
3.5. Séries relacionadas a conjuntos e sequências ortonormais
3.6. Conjuntos e séries totalmente ortonormais
3.8. Representação de funcionais em espaços de Hilbert
3.9. Operador adjunto (de Hilbert)
3.10. Operadores auto-adjuntos, unitários e normais.

III. Teoremas fundamentais em espaços normados e espaços de Banach – Cap. 4 do livro texto 1, seções:
4.1. Lema de Zorn
4.2. Teorema de Hanh-Banach
4.3. Teorema de Hanh-Banach para espaços vetoriais complexos e espaços normados
4.4. Aplicações à funcionais lineares em C([a,b])
4.5. Operador adjunto
4.6. Espaços reflexivos
4.7. Teorema da limitação uniforme
4.8. Convergência forte e fraca
4.9. Convergência de sequências de operadores e funcionais
4.12. Teorema do mapeamento aberto
4.13. Teorema do gráfico fechado

IV. Teoria Espectral para operadores lineares – Cap. 7 do livro texto 1, seções:
7.1. Teoria espectral em espaços de dimensão finita
7.2. Conceitos básicos
7.3. Propriedades espectrais de operadores lineares limitados
7.4. Mais propriedades do resolvente e do espectro
7.5. Uso de análise complexa em teoria espectral
7.6 Álgebras de Banach

V. Teoria espectral para operadores compactos – Cap. 2 do livro texto 2, seções:
4. Operadores compactos
5. A diagonalização de operadores compactos auto-adjuntos
7. O teorema espectral e cálculo funcional para operadores compactos normais

BIBLIOGRAFIA:

Livros textos:
1.Erwin Kreyszig, *Introductory Functional Analysis with Applications*, John Wiley, 1989.
2.Conway, John B., *A Course in Functional Analysis*, 2nd edition, Springer-Verlag, 1994.

Bibliografia complementar:
1.Dunford, N.; Schwartz, J. T., *Linear Operators. Part 1 and 2*, John Wiley
2.Eidelman, Yuli, Vitali Milman, and Antonis Tsolomitis, *Functional Analysis: An Introduction*, American Mathematical Society, 2004.
3.Hirsch F., Lacombe G., *Elements of Functional Analysis*, Springer 1999.
4.Kolmogorov, A. N., Fomin, S. V., *Elementos da Teoria das Funções e de Análise Funcional*. Mir, 1982.
5.Rudin, W. K., *Functional Analysis*, Boston, McGraw-Hill, 1991.
6.Pietsch, Albrecht, *History of Banach spaces and linear operators*, Birkhauser Boston Inc., 2007.

ÁLGEBRA LINEAR
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Revisão de conceitos básicos sobre espaços vetoriais: subespaços, base e dimensão, coordenadas. Revisão de transformações lineares, o espaço das transformações lineares e isomorfismos. Capítulos 3, 6, 7, 8, 9 e 10 do livro texto, ou seja, espaços dual e bidual, formas canônicas elementares, forma canônica de Jordan, espaços com produto interno, operadores sobre espaços com produto interno e formas bilineares.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a assuntos importantes de álgebra linear que são aplicados em diferentes áreas da matemática.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Espaços vetoriais e transformações lineares (**recordação**) - Cap. 2 e 3 do livro texto, seções:
2.1. Espaços vetoriais.
2.2. Subespaços vetoriais.
2.3. Bases e dimensão.
2.4. Coordenadas.
3.1. Transformações lineares.
3.2. A álgebra das transformações lineares.
3.3. Isomorfismo.
3.4. Representações de transformações lineares por matrizes.

II. O dual e o bidual – Cap. 3 do livro texto, seções:
3.5. Funcionais lineares.
3.6. O bidual.
3.7. A transposta (adjunta) de uma transformação linear.

III. Formas canônicas – Cap. 6 do livro texto, seções:
6.2. Valores característicos.
6.3. Polinômios anuladores.
6.4. Subespaços invariantes.
6.6. Decomposições em somas diretas e espaços quociente (apêndice A.4 do livro texto).
6.7. Somas diretas invariantes.
6.8. O teorema da decomposição primária.

IV. A forma canônica de Jordan – Cap. 7 do livro texto, seções:
7.1. Subespaços cíclicos e anuladores.
7.2. Decomposições cíclicas.
7.3. A forma de Jordan.

V. Espaços com produto interno – Cap. 8 do livro texto, seções:
8.1. Produtos internos.
8.2. Espaços com produto interno.
8.3. Funcionais lineares e adjuntos.
8.4. Operadores unitários.
8.5. Operadores normais.

VI. Operadores sobre espaços com produto interno – Cap. 9 do livro texto, seções:

9.2. Formas sesquilineares sobre espaços com produto interno.
9.5. Teoria espectral.

VII. Formas bilineares – Cap. 10 do livro texto, seções:
10.1. Formas bilineares.
10.2. Formas bilineares simétricas.
10.3. Formas bilineares anti-simétricas.

BIBLIOGRAFIA:
Livro(s) Texto(s)):
3.K. Hoffman and R. Kunze – *Álgebra Linear* – LTC, 2ª edição 1979.
Bibliografia complementar:
7.W. H. Greub – *Linear Algebra* – Springer-Verlag, third edition 1967.
8.S. Roman - *Advanced Linear Algebra* – Springer-Verlag, third edition 2008.
9.E. L. Lima - *Álgebra Linear* – IMPA, sexta edição 2003.
10.P. R. Halmos – *Finite-dimensional vector spaces* – Springer, second edition 1958.

ÁLGEBRA LINEAR COMPUTACIONAL
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Análise matricial. Decomposição em valores singulares. Sensibilidade de sistemas de equações lineares. Decomposição QR. Métodos para problemas de quadrados mínimos lineares. Análise de sensibilidade. Métodos iterativos clássicos para sistemas lineares. Introdução a Métodos baseados em subespaços de Krylov.

OBJETIVO:
Apresentar conceitos da Álgebra Linear sob o ponto de vista da análise matricial enfatizando o papel de resultados fundamentais da área na solução de problemas lineares provenientes de aplicações.

PROGRAMA
UNIDADE I - Normas de vetores e matrizes, decomposição em valores singulares e sensibilidade numérica de sistemas de equações lineares (Cap. 2 do livro texto 1).
1.1 Normas vetorias e normas matriciais.
1.2 Decomposições em valores singulares.
1.3 Projeções Ortogonais e distância entre subespaços.
1.3 Decomposições CS.
1.4 Sensibilidades dos sistemas lineares quadrados.

UNIDADE II - Álgebra numérica matricial (Cap. 3 e Cap. 4 do livro texto 1)
2.1 Transformações matriciais (Householder, Givens, Gauss).
2.2 Fatoração LU. Pivotamento.
2.3 LU por blocos
2.4 Sistemas Lineares especiais.
2.5 LU por blocos

UNIDADE III - Ortogonalização e Método dos quadrados mínimos (Cap. 5 livro texto 1)
3.1 Propriedades.
3.2 Métodos de Householder, Gram-Schmidt e Givens.
3.3 Problema de quadrados mínimos e as equações normais
3.4 Fatoração QR com pivotamento e SVD.
3.5 Análise de sensibilidade

UNIDADE IV - Métodos iterativos para sistemas lineares e Introdução a métodos baseados em subespaços
de Krylov (Cap. 6 do livro texto 2)
4. 1 Métodos iterativos clássicos (Jacobi, Gauss-Seidel, SOR)
4.3 Aceleração polinomial e método semi-iterativo de Chebyshev.
4.4 Introdução a subespaçoes de Krylov
4.4 Métodos do gradiente e gradiente conjugado. Precondicionamento.

BIBLIOGRAFIA
Livro texto 1:
GOLUB, Gene H.; VAN LOAN, Charles F. Matrix computations. 3rd. ed. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996.
Livro Texto 2:
DEMMEL, James W.; Applied Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997.
Bibliografia Complementar:

a) BHATIA, Rajendra. Matrix analysis. New York: Springer, 1996.
b) GREENBAUM, Anne; Iterative Methods for Solving Linear Systems. Philadelphia: SIAM, 1997..
c) HORN, Roger A.; JOHNSON, Charles R. Matrix analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
d) MEYER, Carl D. Matrix analysis and applied linear algebra. Philadelphia: SIAM, 2000.
e) TREFETHEN, Lloyd N.; BAU, David. Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997.
f). WATKINS, David S. Fundamentals of matrix computations. New York: J. Wiley, 1991.

EQUACÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Alguns métodos usuais de resolução de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. Equações diferenciais ordinárias de ordem superior. Sistemas lineares com coeficientes constantes. Cálculo da exponencial de uma matriz usando o teorema da forma canônica de Jordan. Retratos de fase de sistemas bidimensionais. Teorema de existência e unicidade de soluções. Estabilidade de soluções de sistemas não lineares. Teoremas de Liapunov para estabilidade.

OBJETIVOS GERAIS:
I . Propiciar ao aluno condições de:
1. Desenvolver sua capacidade de dedução e de raciocínio lógico e organizado;
2. Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas e seu espírito crítico e criativo;
3. Perceber e compreender o interrelacionamento das diversas áreas da Matemática apresentadas ao longo do curso
4. Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

II - Incentivar o aluno ao uso da Biblioteca.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
1. Dominar com rigor e detalhes conceitos e resultados relativos aos métodos de resolução de equações diferenciais ordinárias lineares de ordem n.
2. Dominar conceitos e técnicas de resolução de sistemas lineares de equações diferenciais ordinárias.
3. Saber calcular a exponencial de uma matriz usando a forma canônica de Jordan.
4. Conhecer os retratos de fase de sistemas lineares bidimensionais.
5. Conhecer e aplicar teoremas de existência e unidade de resoluções de equações diferenciais ordinárias.
6. Entender o conceito de estabilidade segundo Lyapunov e aplicar o Teorema de Estabilidade a sistemas autonomos.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO
I. TEORIA GERAL
1. Definição de uma equação diferencial ordinária de 1ª ordem, exemplos.
2. Problema de valor inicial.
3. Existência e unicidade de soluções – Discussão preliminar.
4. Sistemas de equações diferenciais ordinárias.
5. Equações diferenciais ordinárias de ordem n.
6. O método da variação dos parâmetros.
7. Equações diferenciais ordinárias exatas – Fator integrante.

II. SISTEMAS LINEARES DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS
1. Definição de um sistema de EDO’s, exemplos, existência de solução.
2. Sistemas lineares homogêneos: Espaço – solução, Matriz fundamental, Fórmula de Abel (Liouville), Wronskiano.
3. Sistemas lineares não-homogêneos – Variação dos parâmetros.
4. Sistemas lineares com coeficientes constantes: Exponencial de uma matriz, Método dos autovalores e autovetores cálculo de exponencial de matrizes, cálculo de exponencial de uma matriz usando a forma canônica de Jordan.
5. Retratos de fase de sistemas lineares bidimensionais.

III. TEORIA DE EXISTÊNCIA E UNICIDADE
1. Teorema de existência e unicidade de soluções – Método de Picard.
2. Teorema de existência e unicidade para sistemas lineares.
3. Extensão de soluções.

IV. ESTABILIDADE DE SISTEMAS AUTÔNOMOS
1. Definição de estabilidade e estabilidade assintótica, exemplos.
2. Estabilidade para sistemas lineares e quase-lineares.
3. O Teorema de Lyapunov para estabilidade.

BIBLIOGRAFIA

1) BRAUER, F., Nohel, J.A; Ordinary Differential Equations: A First Course, W. A. Benjamin, INC, New York, 1967.
2) BRAUER, F., Nohel, J.A; The Qualitative Theory of Ordinary Differencial Equations, W., Benjamin, INC., 1969.
3) Braun, M, Equações Diferenciais e suas Aplicações, Ed. Campus, Rio de Janeiro, 1979.
4) CODDINGTON, E. A., An Introduction to Ordinary Equations, Dover publications. INC, New York, 1993.
5) De FIGUEIREDO, D. G. e NEVES, A. F., Equações Diferenciais Aplicadas, Colóquio Brasileiro de Matemática, Universitária, 2002..
6) HIRSCH, M., SMALE, S., Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Álgebra, Academic Press, INC. N. Y., 1974.
7) YOSIDA, K., Lectures on Differential and Integral Equations, Wiley Inter-science, N. Y., 1960.
8) BELLMAN, R, & COOKIE, K. L., Modern Elementary Differential Equations: Second Edition, Publications, INC, New York, 1994.

VARIÁVEL COMPLEXA
PRÉ-REQUISITO: Álgebra Linear e Análise
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Números complexos. Seqüências no plano complexo. A esfera de Riemann. Funções de uma variável complexa. Condições de Cauchy-Riemann. Integração de funções complexas. Teorema de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy. Teorema de Goursat. Funções analíticas e séries de potências. Séries de Laurent. Cálculos de integrais com resíduos. Transformações conformes e suas aplicações. Continuação analítica. Introdução às superfícies de Riemann.

OBJETIVO: Propiciar ao aluno condições de dominar e aplicar os conceitos relativos às funções de uma variável complexa.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Rápida revisão de números complexos baseada no Cap. 1 do livro texto:
1. Os números reais
2. O corpo dos números complexos
3. O plano complexo
4. Representação polar e raízes de números complexos
5. Retas e semi-planos no plano complexo
6. O plano estendido e sua representação esférica

II. Propriedades Elementares e Exemplos de Funções Analíticas - Cap. 3 do livro texto:
1. Séries de potência
2. Funções analíticas
3. Funções analíticas como aplicações; transformações de Mobius

III. Integração Complexa - Cap. 4 do livro texto:
1. Integrais de Riemann-Stieltjes
2. Representações de funções analíticas por séries de potências
3. Zeros de uma função analítica
4. O índice de uma curva fechada
5. Teorema de Cauchy e a Fórmula Integral
6. A versão homotópica do Teorema de Cauchy e conexidade simples
7. Contando zeros; o Teorema da Aplicação Aberta
8. Teorema de Goursat

IV. Singularidades - Cap. 5 do livro texto:
1. Classificação de singularidades
2. Resíduos
3. O Princípio do Argumento

V. O Teorema do Módulo Máximo - Cap. 6 do livro texto:
1. O Princípio do Máximo
2. Lema de Schwarz
3. Funções convexas e o Teorema dos Três Círculos de Hadamard
4. Teorema de Phragmen-Lindelof

VI. Compacidade e Convergência no Espaço das Funções Analíticas – Cap. 7 do livro texto
1. O espaço das funções contínuas C(G,Q)

2. Espaços de funções analíticas
3. Espaços de funções meromorficas
4. Teorema da Aplicação de Riemann
5. Teorema da Fatoração de Weierstrass
6. Fatoração da função seno
7. A função gamma
8. A função zeta de Riemann

VII. Continuação Analítica e Superfícies de Riemann - Cap. 9 do livro texto:
1. O Princípio de Reflexão de Schwarz
2. Continuação Analítica ao longo de um caminho
3. Teorema da Monodromia
4. Espaços topológicos e sistemas de vizinhanças
5. O feixe de germes de funções analíticas sobre um conjunto aberto

BIBLIOGRAFIA:
Livro texto:
CONWAY, J. B. - Functions of One Complex Variable, Berlin, Springer-Verlag, 1978.
Bibliografia complementar:
1. AHLFORS, L. - *Complex Analysis*. New York, McGraw-Will, 1966.
2. CARTAN, H. - *Théorie Élementaire des Fonctions Analytiques d'une ou Plusieurs Variables Complexes*. Paris, Hermann, 1961.
3. LANG, S. - *Complex Analysis*, 4th edition, Springer-Verlag, 1999, 485p.
4. STEIN, E., SHAKARCHI, R., *Complex Analysis*, Princeton Lectures in Analysis, Princeton University Press, 2003, 379p.

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS
PRÉ-REQUISITO:
Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Conceitos gerais. Equações lineares com coeficientes constantes. Classificação. Equação do calor. Método de expansão em autofunções. Problemas não-homogêneos. Séries de Fourier. Equação da corda vibrante. Problemas em intervalos infinitos e semi-infinitos: Fórmulas integrais de Fourier. Problemas em duas ou mais variáveis espaciais. Equação de Laplace: problemas de Dirichlet e Neumann em dimensão 2. Fórmula de Poisson. Princípio do Máximo.

OBJETIVOS GERAIS: Propiciar ao aluno condições de:
1 - Desenvolver sua capacidade de dedução.
2 - Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado.
3 - Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas.
4 - Desenvolver seu espírito crítico e criativo
5 - Perceber e compreender o inter-relacionamento das diversas áreas de Matemática apresentadas ao longo do curso.
6 - Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
Desenvolver a teoria elementar clássica de equações diferenciais parciais, analisando com rigor algumas técnicas utilizadas no estudo de propriedades de soluções de equações lineares ou semilineares de segunda ordem

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
1. CONCEITOS GERAIS
1.1. Conceitos básicos: definição, ordem, linearidade, solução.
1.2. Classificação em tipos: lineares, não-lineares e semilineares, elípticas, hiperbólicas e parabólicas; forma normal ou Canònica.
1.3. Condições de contorno e valores iniciais
1.4. Problema bem posto no sentido de Hadamard

2. EQUAÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM
2.1 Equações lineares com coeficientes constantes.
2.2 Método das características

3. SÉRIES DE FOURIER
3.1. Funções periódicas
3.2. Coeficientes de Fourier
3.3. Séries de Fourier de funções pares e ímpares
3.4. Forma complexa da série de Fourier
3.5. Lema de Riemann-Lebesgue
3.6. Convergência pontual
3.7. Desigualdade de Bessel
3.8. Convergência Uniforme
3.9. Identidade de Parseval

4. EDP's
4.1. Método de separação de variáveis - Método de Fourier
4.2. Equação do Calor; Propriedades.
4.3. Equação da corda vibrante; Equação do calor e da onda em 2 e 3 dimensões.

4.4. Equação de Laplace: em um retângulo, em um disco, em um cilindro e em uma esfera; problemas de Dirichlet e Neumann.
4.5. Fórmula de Poisson
4.6. Princípio do máximo para a equação de Laplace
4.7. Problemas homogêneos e não homogêneos: método da variação dos parâmetros.
4.8. Considerações sobre existência e unicidade de soluções.
4.9. Problema de Sturm-Liouville e problema de autovalores.

5. TRANSFORMADA DE FOURIER
5.1. Definição
5.2. A transformada em L^1
5.3. O espaço Schwarz; Propriedades
5.4 Transformada de Fourier no espaço de Schwarz
5.5. Produto convolução
5.6. Transformada seno e cosseno

6. EDP's
6.1. Equação do calor
6.2. Equação da onda
6.3. Fórmula de D'Alembert
6.4. Fórmula de Kirchoff

***BIBLIOGRAFIA**:*

1 - ANDRADE, N. G. e MEDEIROS, L. A - Iniciação às Equações Diferenciais Parciais (LTC 1978).
2 - BERG, P. W. & McGREGOR, J. L.; Elementary Partial Differential Equations, Holden-Day, Series in Mathematics S. Francisco, (1966).
3 - W. BOYCE, R.C. DIPRIMA, "Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems", John Wiley, 1969.
4 - CHURCHILL, RUEL V, "Fourier Series and boundary Value Problems", International Student Edition, 2ª edição, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1963.
5 - H.F. DAVIS "Fourier Series and Orthogonal Functions", Dover, 1963.
6 - DE FIGUEIREDO, D. G.; Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais, Projeto Euclides - IMPA (1987).
7 - FRITZ JOHN; Partial Differential Equations, Spring-Verlag, 4ª Edição (1982).
8 - IÓRIO JR., R. & IÓRIO, V. M. Equações Diferenciais Parciais: Uma Introdução; Projeto Euclides - IMPA (1988).
9 - IÓRIO, V. M.; EDP um Curso de Graduação, IMPA (1991).
10 - E. KREYSZIG, "Matemática Superior", vol. 1 e 3, LTC, 1969.
11- ZACHMANOGLOU; Introduction to Partial Differential Equations with applications, Dover Publications.

ANÁLISE NUMÉRICA I
PRÉ-REQUISITO: Álgebra Linear Computacional
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Equações diferenciais ordinárias. Métodos de um passo e de múltiplos passos, implícitos e explícitos. Estabilidade dos métodos. Problemas Stiff. Métodos para problemas (lineares e não lineares) de Valor na Fronteira 1D. Equações diferenciais parciais. Idéias básicas de diferenças finitas. Convergência, consistência, estabilidade, o Teorema de Lax.. Equações parabólicas 2D: convergência, estabilidade. Equações elípticas 2D. Condições de Dirichlet e Neumann. Equações hiperbólicas 1D, Condição de Courant-Friedrichs-Lewy. Dispersão e Dissipação: algumas idéias. Leis de conservação 1D: caso escalar.

OBJETIVO: Desenvolver métodos numéricos clássicos para equações diferenciais ordinárias e parciais focando os aspectos tóricos juntamente com as implementações práticas.

PROGRAMA DETALHADO:
1- Métodos Numéricos para problemas de Valor Inicial e Problemas de Valor na Fronteira paraEquações Diferenciais Ordinárias (Capítulos 5, 6, 7, 8 e 2 do livro Texto 1, e Capítulos 5 e 6 do livro Texto 2).
1.1 Métodos para problemas de valor inicial de um passo e múltiplos passos, implícitos e explícitos. Estimativa de erro.
1.2 Estabilidade de métodos de múltiplos passos: A *condição de raiz.* Estabilidade absoluta e regiões de estabilidade para métodos de múltiplos passos, regiões de estabilidade relativa. Métodos para problemas *Stiff*. A-Estabilidade e L-Estabilidade.
1.3 Métodos para problemas de Valor na fronteira (lineares e não lineares). Métodos das Diferenças Finitas e Método Shooting. Estimativa de erro. Consistência, convergência e estabilidade.
1.4 Introdução a Métodos de Projeção para Problemas de Valor na Fronteira. Métodos de Colocação e Galerkin, e introdução a Métodos Pseudo espectrais.

2 - Comparação de Métodos II Método das Diferenças Finitas para Equações Diferenciais Parciais (Capítulos 9, 10, 3 e 11 do livro Texto 1).
2.1 Equações Parabólicas: Métodos explícitos e implícitos. Método de Crank-Nicholson. Natureza Stiff da equação do calor. Análise de erro e acurácia. Estabilidade econvergência. Análise de Von Neumann. Métodos Semi discretos. Problemas em duas e trêsdimensões. Métodos ADI.
2.2 Equações Elípticas. Métodos de diferenças finitas para a equação de Poisson. Principio do Máximo no caso discreto.
2.3 Equações Hiperbólicas. Equações da Onda e de Advecção. Métodos explícitos e implícitos. Métodos de Lax-Friedrichs, Lax-Wendroff e Upwind. Estabilidade. Métodos Semi Discretos Condição de Courant-Friedrichs-Levy. Método das Características.
2.4 Métodos para Sistemas Hiperbólicos. Problemas de Valor Inicial e de Fronteira: Análise Upwind.
2.5 Equações Mistas: Convecção Difusão, Reação Difusão, Korteweg-de Vries (KdV). Métodos Acoplado das Linhas e da Série de Taylor..

BIBLIOGRAFIA:
Livro Texto 1:

1. Leveque, R., *Finite Difference Methods for ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems* – Classics in Applied Mathematics, SIAM 2007.

Livro texto 2*:*

1. Golub, G. H., Ortega J. M. *Scientific Computing and Diferential Equations, an Introduction to Numerical Methods,* Academic Press , Boston 1992.

Bibliografia complementar:

1. Thomas, J. W., *Numerical partial differential equations*. Texts in Applied Mathematics, 33, Springer (1999).
2. Strikwerda, John C., *Finite difference schemes and partial differential equations*, Second Edition, SIAM, 2004.
3. Burden, R. L. Faires, J. D., *Numerical Analysis*, PWS-Kent Publishing Company, 2009.
4. Atkinson, K. E. *An Introduction to Numerical Analysis,* Second Edition, John Wiley 1988.
5. Gautschi, W. *Numerical Analysis – An Introduction*, Birkauser, London 1997.

PROGRAMAÇÃO LINEAR
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Formulação de problemas de otimização irrestritos e restritos. Condições necessárias de otimalidade para problemas irrestritos. Métodos de busca unidirecional, algoritmos básicos de otimização não linear irrestrita. Condições de otimalidade para problemas não lineares com restrições lineares. Problema de programação linear, método simplex, teoria de dualidade e análise de sensibilidade. Algoritmos de pontos interiores.

OBJETIVOS:
OBJETIVOS ESPECÍFICOS: PROPICIAR AOS ALUNOS CONDIÇÕES DE:
a) Adquirir base teórica sobre otimização irrestrita e com restrições lineares.
b) Entender e programar os algoritmos de Cauchy e Newton.
c) Entender a teoria e programar o método simplex para programação linear.
d) Entender e programar algoritmos básicos de pontos interiores para programação linear.

OBJETIVOS GERAIS
I - Propiciar ao aluno condições de:
1. Desenvolver sua capacidade de dedução;
2. Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado;
3. Desenvolver sua capacidade de formulação de algoritmos e suas implementações em computador;
4. Desenvolver seu espírito crítico e criativo;
5. Perceber e compreender o interrelacionamento das diversas áreas da Matemática apresentadas ao longo do curso;
6. Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

II - Incentivar o aluno ao uso da Biblioteca

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO
I – Formulação e classificação de problemas de otimização em R^n.

II – Minimização de funções na reta real
a. Algoritmo de seção áurea
b. Algoritmo de Armijo
c. Programação e testes desses algoritmos

III – Métodos de otimização irrestrita em R^n
a. Condições necessárias de otimalidade em R^n
b. Algoritmo de Cauchy com buscas de Armijo e seção áurea
c. Algoritmo de Newton puro e com buscas unidirecionais
d. Programação e testes desses algoritmos

IV – O problema de otimização com restrições lineares
a. Conjuntos convexos, subespaços afins e cones em R^n
b. Poliedros: caracterização, vértices, arestas, faces
c. Problemas de programação linear: formulação, exemplos e resolução gráfica.
d. Vértices e bases em um problema de programação linear

V – Condições de otimalidade

a. Lema de Farkas
b. Condições de Karush-Kuhn-Tucker para problemas com restrições lineares
c. Dualidade: problemas primal e dual e condições de otimalidade primais-duais para programação linear

VI – O método simplex
a. Descrição do algoritmo clássico, usando dicionários
b. Descrição e desenvolvimento teórico do método simplex usando matrizes
c. Programação do algoritmo matricial, exemplos e testes

VII – Métodos de pontos interiores
a. O elipsóide de Dikin e o algoritmo afim-escala
b. A função barreira logarítmica, centro analítico e trajetória central primal
c. Algoritmo de trajetória central primal

BIBLIOGRAFIA

1. Bazaraa, M. S. and Jarvis, J.J., Linear Programming and Network Flows, John Wiley and Sons, New York, 1977.
2. Bazaraa, M. S., Sheraly H.D., and Shetty C. M., Nonlinear Programming: theory and algorithms, 2nd Ed., John Wiley and Sons, New York, 1993.
3. Bregalda, P.F., Oliveira, A.A.F., e Bornstein, C.T., Introdução à Programação Linear, Editora Campus, 1988.
4. Chvátal, V. , Linear Programming, W. H. Freeman and Company, New York, 1983.
5. Friedlander, A., Elementos de Programação não linear, Editora da Unicamp, 1994.
6. Murty, K. C., Linear Programming, John Wiley and Sons, New York, 1983.
7. Vanderbei, R. , Linear Programming – Foundations and Extensions, Kluwer, Boston 1996.

MEDIDA E INTEGRAÇÃO
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Funções mensuráveis, medidas, integral, funções integráveis, espaços L_p, formas de convergência, decomposição de medidas, geração de medidas, medidas produto, medida de Lebesgue.

OBJETIVO: Propiciar ao aluno condições de dominar e aplicar os conceitos relativos à teoria da medida.

PROGRAMA DETALHADO:
Parte I: Elementos de Integração
1. Introdução – Cap. 1 do livro texto:
- Razões para o desenvolvimento da integral de Lebesgue.
- Comparação com a integral de Riemann.
- Números reais estendidos.

2. Funções mensuráveis – Cap. 2 do livro texto:
- Funções e conjuntos mensuráveis.
- Funções complexas.
- Funções entre espaços mensuráveis.

3. Medidas – Cap. 3 do livro texto:
- Medidas.
- Espaços de medida.

4. Volumes de blocos e intervalos – Cap. 11 do livro texto:
- Intervalos, blocos em R^n, volume n-dimensional, invariância por translação.

5. Medida exterior – Cap. 12 do livro texto:
- A medida exterior em R^n, propriedadesda medida exterior, invariância por transçação.

6. Conjuntos mensuráveis – Cap. 13 do livro texto:
- σ-álgebras, medida em uma σ-álgebra.
- A condição de Carathéodory, teorema de Carathéodory.
- Conjuntos de Lebesgue, medida de Lebesgue, unicidade da medida de Lebesgue, algumas propriedades.

7. A integral – Cap. 4 do livro texto:
- Funções simples e suas integrais.
- A integral de uma função mensurável real estendida não negativa.
- O Teorema da Convergência Monótona.
- Lema de Fatou.
- Propriedades da integral.

8. Funções integráveis – Cap. 5 do livro texto:
- Funções reais integráveis.
- Positividade e linaridade da integral.
- O Teorema da Convergência Dominada de Lebesgue.
- Integrandos que dependem de um parâmetro.

9. Os Espaços de Lebesgue L_p – Cap. 6 do livro texto:
- Espaços lineares normados.
- Os espaços L_p.
- Desigualdades de Hölder e Minkowski.
- O Teorema do Completamento.
- O espaço L_∞

10. Formas de Convergência – Cap. 7 do livro texto:
- Relação entre: convergências em L_p, convergência uniforme, convergência quase sempre, convergência em medida, convergência quase uniforme
- Teorema de Egoroff.
- Teorema da convergência de Vitali.

11. Decomposição de medidas – Cap. 8 do livro texto:
- Teoremas da decomposição de Hahn e Jordan.
- Teorema de Radon-Nikodym.
- Teorema da decomposição de Lebesgue.
- Teorema da Representação de Riesz para L_p.

12. Geração de Medidas – Cap. 9 do livro texto:
- Medidas em álgebras de conjuntos.
- A extensão de medidas, teoremas de extensão de Hahn e Carathéodory.
- A medida de Lebesgue.
- O teorema da representação de Riesz para C([a,b]).

13. Medidas produto – Cap. 10 do livro texto:
- Retângulos, o Teorema da Medida Produto.
- Teorema de Tonelli e Fubini.

Parte II: Elementos da Medida de Lebesgue
14. Exemplos de conjuntos mensuráveis – Cap. 14 do livro texto:
- Conjunto de Borel.
- Conjunto nulo.
- Invariância por translação.
- Existência de conjuntos que não são de Borel.

15. Aproximação de conjuntos mensuráveis – Cap. 15 do livro texto:
- Aproximação por conjuntos abertos, por conjuntos fechados, por conjuntos compactos, por blocos.

16. Aditividade e não aditividade – Cap. 16 do livro texto:
- Aditividade.
- Catathéodory revisitado.
- Medida interior.

17. Conjunto não mensurável e conjunto que não é de Borel – Cap. 17 do livro texto:
- Conjunto diferença, equivalência racional, conjunto de Vitalu.
- Decomposição não aditiva.
- Existência de conjuntos que não são de Borel.

BIBLIOGRAFIA:

Livro texto:

Bartle, R.G., *The Elements of Integration and Lebesgue Measure,*New Yorq: J.Wiley, 1995.

Bibliografia complementar:

1) Royden, H.L., *Real Analysis*, New York: Macmillan, 1963.
2) Isnard, C. Introdução à medida e integração, Rio de Janeiro: IMPA, 2007.

ESTRUTURAS ALGÉBRICAS
PRÉ-REQUISITO(S): x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Anel, domínio e corpo. Teoremas dos homomorfismos. Corpo de frações de um domínio. Domínios Euclidianos, principais e com mdc. Teorema de Gauss. Anéis Artinianos, Anéis Noetherianos. Noções sobre estrutura de módulo e Álgebra.

OBJETIVOS DO CURSO: Propiciar ao aluno condições de:
- Desenvolver sua capacidade de dedução;
- Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado;
- Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas;
- Desenvolver seu espírito crítico e criativo;
- Perceber e compreender o interrelacionamento das diversas áreas da Matemática apresentadas ao longo do Curso;
- Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
1- Reconhecer estruturas algébricas e demonstrar teoremas (resultados) relacionados.
2- Conhecer e aplicar resultados sobre homomorfismo e isomorfismo de módulos.
3 - Identificar propriedades de bases de módulos e compará-las com propriedades de base de espaços vetoriais.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
I - Anel domínio e corpo
- Definição e exemplos.
- Subanel e Subcorpo.
- Corpo de frações de um domínio
- Anéis e corpos ordenados.
- Característica de um anel. Característica de um domínio. Característica de um corpo.
- Construção de corpos com os elementos (onde p é um número primo).

II – Anéis Quociente
- Ideais (à esquerda, à direita e bilaterais). Intercessão e soma de ideais. Ideal gerado por um conjunto, ideal principal, e anel principal.
- Anel quociente.
- Ideal maximal, ideal primo, e teoremas relacionados.
- Homomorfismos de anéis. Anéis isomorfos. Teoremas de isomorfismo.

III – Anéis Especiais
- Domínios euclidianos e suas propriedades.
- Anéis principais e suas propriedades.
- Anéis fatoriais e suas propriedades.
- Anéis como mdc (ou mmc) e suas propriedades.

IV – Condições de Cadeia
- Cadeia ascendente (e descendente) de ideais.
- Anéis artinianos e Noetherianos.

V – Módulos e Álgebras

- R-módulo a esquerda (direita ou bimódulo): definição, exemplos e propriedades. Definição de R-álgebra.

1. Submódulo e Subálgebra. O anulador de um módulo. Intercessão e soma de sub-módulos. Módulo gerado por um conjunto, módulo cíclico.

- Módulo quociente.

2. Homomorfismos de R-módulos: definição, propriedades. Núcleo de um R-homomorfismo de módulos.

- Teorema do homomorfismo e teoremas de isomorfismo.
- Sequências exatas.
- Somas e produtos diretos. Soma direta interna.

3. R-homomorfismo projetor. Teorema da correspondência entre projetores e idempotentes do R-módulo.

- Base de um R-módulo. Módulos livres e finitamente gerados.
- Anéis e módulos com condições de cadeia (artinianos e noetherianos).
- Módulos de torção e posto de um módulo.

BIBLIOGRAFIA

1. Garcia, A. e Lequain, Y. – Álgebra: um curso de introdução, IMPA, RJ, 1988.
2. Garcia, A. e Lequain, Y. – Elementos de Álgebra, IMPA, RJ, 2002.
3. Herstein, I. - Tópicos de álgebra, Livros Técnicos e Científicos Editora Polígono, 1970.
4. Milies , F. C. P. Anéis e Módulos, publicações do IME_USP, 1972.
5. Monteiro, L. H. J. - Elementos de Álgebra, Livros Técnicos e Científicos, RJ, 1978.
6. Herstein, I. - Tópicos de álgebra, Livros Técnicos e Científicos Editora Polígono., 1970.
7. Milies , F. C. P. e Coelho, S. P. - Números: uma introdução à matemática, 1ª Ed., USP, SP, 1998.
8.Monteiro, L. H. J. - Elementos de Álgebra, Livros Técnicos e Científicos, RJ, 1978.

TOPOLOGIA
PRÉ-REQUISITOS: Análise Real.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Revisão de espaços métricos. Espaços topológicos. Funções contínuas. Base e sub-base de uma topologia. Redes. Espaço produto e quociente. Conexidade. Compacidade. Lema de Urysohn. Teoremas de Tietze, Tychonov e Arzela-Ascoli.

OBJETIVO: Introduzir ao aluno as ferramentas necessárias para o bom entendimento das disciplinas de todos os ramos da análise e áreas afins.

PROGRAMA DETALHADO:
Este programa esta baseado no livro texto (abaixo indicado por LT), no material suplementar disponível em seu companion site (http://www.oup.com/uk/companion/metric) (abaixo indicado por CS) e no livro texto 2 (abaixo indicado por LT2).

I. Revisão de Espaços Métricos.
LT, Capítulo 5 (Metric spaces), seções:
- Motivação e definição
- Exemplos de espaços métricos
- Resultados sobre funções contínuas em espaços métricos
- Conjuntos limitados em espaços métricos
- Bolas abertas em espaços métricos
- Conjuntos abertos em espaços métricos

LT, Capítulo 6 (More concepts in metric spaces), seções:
- Convergência em espaços métricos

CS, Material suplementar C2, tópicos:
- Completamento de espaços métricos via sequências de Cauchy
- Unicidade do completamento

II. Espaços Topológicos.

LT, Capítulo 7 (topological spaces), seções:
- Definição
- Exemplos

LT, Capítulo 8 (Continuity in topological spaces, bases), seções:
- Definição
- Homeomorfismos
- Bases

CS, Material suplementar ao capítulo 8 (S8), tópicos:
- Bases e proto-bases
- Sub-bases
- Espaços separáveis são segundo enumeráveis

LT, Capítulo 9 (Some concepts in topological spaces)

- Todas as seções.

LT, Capítulo 10 (Subspaces and product topology)
- Subespaços
- Produtos
- Gráficos
- Postscript sobre produtos

CS, Material suplementar ao capítulo 10 (S10), tópicos:
- Inevitabilidade da topologia produto
- Topologias produto e fraca

LT, Capítulo 11 (The Hausdorff condition)
- Motivação
- Condições de separação

CS, Material suplementar ao capítulo 11 (S11), tópicos:
- Condições sub-Hausdorff
- Lemma de Urysohn
- Teorema de Extensão de Tietze

LT2, Capítulo 2
- Conjuntos dirigidos e redes (Directed set and Nets)
- Sub redes e pontos de acumulação
- Sequências e subsequencias

LT, Capítulo 12 (Connected spaces)
- Motivação
- Conexidade
- Conexidade por caminhos
- Comparação das definições
- Conexidade e homeomorfismos

CS, Material suplementar ao capítulo 12 (S12), tópicos:
- Componentes

LT, Capítulo 13 (Compact spaces)
- Motivação
- Definição de compacidade
- Propriedades de espaços compactos
- Funções contínuas em espaços compactos
- Compacidade de subespaços e espaços produto
- Subconjuntos compactos do espaço Euclideano
- Compacidade e convergência uniforme
- Um teorema do tipo função inversa

CS, Material suplementar ao capítulo 12 (S12), tópicos:
- Compacidade local

LT, Capítulo 14 (Sequencial compactness)

- Espaços métricos sequencialmente compactos.

LT, Capítulo 15 (Quotient spaces and surfaces)

- Motivação
- Uma abordagem formal
- A topologia quociente
- Principais propriedades da topologia quociente
- O círculo
- O torus
- O plano projetivo real e a garrafa de Klein
- Cortando e colando

CS, Material suplementar C1, tópicos:

- Um critério geral para compacidade de espaços métricos
- O teorema de Arzelá-Ascoli

BIBLIOGRAFIA:

Livro texto:

5. Wilson A. Sutherland, *Introduction to Metric & Topological Spaces*, 2nd edition, Oxford, 2009.
6. John L. Kelley, “General Topology”, Van Nostrand Reinhold, 1970.

Bibliografia complementar:

1. Nicolas Bourbaki,“General Topology“, Addison-Wesley Publishing Company. 1966.
2. James Dugundji,“Topology“, Allyn and Bacon, Inc, 1966.
3. K. Jänich, S. Levy, “Topology”, Springer, 1984.
4. Elon L. Lima, "Elementos de Topologia Geral", Textos Universitários, SBM, 2010.
5. Bert Mendelson , “Introduction to Topology”, 3rd Edition, Dover Publications, 1990.
6. James R. Munkres, “Topology”, 2nd edition, Prentice Hall, 2000.
7. George F. Simmons, “Introduction to Topology and Modern Analysis”, McGraw-Hill Inc, 2003.
8. S. Willard, "General Topology", Dover Publications, 2004.

GEOMETRIA DIFERENCIAL
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Curvas em R^3 . Curvas em R^n. Curvas planas. Teoria Global. Superfícies em R^3. Aplicação de Gauss (Segunda Forma Fundamental). Geometria Esférica. Geometria Hiperbólica.

OBJETIVOS GERAIS:
I - PROPICIAR AO ALUNO CONDIÇÕES DE:
1. Desenvolver sua capacidade de dedução
2. Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado.
3. Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas.
4. Desenvolver seu espírito crítico e criativo.
5. Perceber e compreender o interrelacionamento das diversas áreas de Matemática apresentadas ao longo do curso.
6. Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

II - INCENTIVAR O ALUNO AO USO DA BIBLIOTECA.

III - PROPICIAR AO ALUNO CONDIÇÕES DE DESENVOLVER SUA CAPACIDADE DE IDENTIFICAR E RESOLVER PROBLEMAS NOVOS EM MATEMÁTICA.

OBJETIVOS:
1. Introduzir técnicas diferenciais para o estudo de superfícies.
2. Introduzir uma estrutura (métrica) riemanniana sobre a superfície através de um mergulho em R^3 .
3. Estudar objetos intrínsecos (ex. conexão, curvatura) definidos pela métrica.
4. Estudar exemplos de geometrias não-euclideanas.

PROGRAMA:
1 - Curvas em R^3
Introdução. Curvas Parametrizadas. Curvas Regulares. Comprimento de Arco. Curvatura e Torsão. Curvas Indicatrizes e Involutas.
2 - Curvas em R^n. Curvas Planas.
Introdução. Referencial de Frenet, Equações de Frenet. Teoria Local de curvas Parametrizadas pelo Comprimento de Arco. Curvas planas com Curvatura Constante.
3 – Teoria Global de Curvas Planas
Número de Rotação, Umlaufsatz. Desigualdade Isoperimétrica
4 - Superfícies Regulares em R^3
Introdução. Superfícies Regulares. Imagem Inversa de Valores Regulares. Funções Diferenciáveis sobre Superfícies. O Plano Tangente. Aplicações Diferenciáveis entre Superfícies e a Derivada de uma Aplicação. A Primeira Forma Fundamental (métrica induzida). Área. Orientação de Superfícies. Exemplos de Superfícies não Orientáveis. Campos Vetoriais sobre Superfícies.
5 - Aplicação de Gauss
Segunda Forma Fundamental. Curvatura Média, Curvatura Gaussiana. Derivada Covariante. Símbolos de Christoffel. Teorema de Egregium de Gauss e Equações

de Mainard-Codazzi. Conexão de Levi-Civita sobre uma Superfície Mergulhada em R^3 . Transporte Parallelo. Curvatura. Geodésicas.
6 – Geometria Esférica
Geodésicas de S^2. Isometrias de S^2. Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico
7 – Geometria Hiperbólica
Modelo do semi-plano superior: geodésicas de H^2 . Isometrias de H^2 . Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico. Curvatura de H^2.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

1. DO CARMO, M.; Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, 1976.
2. KLINGENBERG, WILHELM; A Course in Differential Geometry, Springer-Verlag, GTM 51, 1978.
3. LIPSCHUTZ, MARTIN M.; Differential Geometry, Coleção Schaum , Series in Mathematics, MacGraw-Hill, 1969.
4. BEARDON, ALAN; The Geometry of Discrete Groups, Springer-Verlag, GTM 91, 1982.
5. VENTURA, PAULO; Geometria Diferencial, Coleção Matemática Universitária – SBM 1998.

SISTEMAS DINÂMICOS
PRÉ-REQUISITOS: Álgebra Linear, Equações Diferenciais Ordinárias.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulo 1 do Livro Texto 1, capítulo 5 do Livro Texto 2 e capítulos 1 a 6 do Livro Texto 3, cobrindo as noções e ferramentas fundamentais para o estudo de sistemas dinâmicos topológicos a tempo discreto em uma dimensão, e do estudo qualitativo de fluxos.

OBJETIVO: Introduzir o aluno às principais ferramentas e resultados no estudo de sistemas dinâmicos.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Sistemas Dinâmicos Topológicos - Livro Texto 1, Cap. 1; Livro Texto 2, Cap. 5:
1.Exemplos de sistemas dinâmicos e definição de Sistemas Dinâmicos Topológicos
2. Definições básicas: órbitas, pontos fixos, órbitas (eventualmente) periódicas, conjunto limite.
3. Minimalidade
4. Conjugação topológica
5. Transitividade Topológica
6. Sensibilidade às condições iniciais e dinâmicas expansivas
7. Caos de Devaney (resultados de Banks et al.)

II. Dinâmica discreta unidimensional:- Livro Texto 1, Cap. 1:
1. Pontos críticos
2. Retrato de fase e análise gráfica
3. Hiperbolicidade
4. Exemplos: família logística, transformações Cx mod 1, transformações unimodais, dinâmica simbólica

III. Fluxos - Livro Texto 3, Cap 1 a cap. 6:
1. Equações diferenciais lineares em R^n
2. O oscilador harmônico
3. Teoria Geral de Sistemas Lineares
4. Equações diferenciais não lineares em R^n
5. O pêndulo simplesmente
6. Trajetórias e fluxo
7. Retrato de fase
8. Integrais primeiras
9. Fluxo tubular
10. Estabilidades de ponto de equilíbrio, estabilidade assintótica e estabilidade segundo Lyapunov
11. Conjuntos limites
12. Teoremas de Poincaré e Bendixon
13. Classificação de órbitas periódicas
14. Fluxos que preservam volume

BIBLIOGRAFIA
Livros Textos:
1. Devaney, R. L.; An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. Addison-Wesley, 1989.
2. Walters, P.; An Introduction to Ergodic Theory. Springer-Verlag, 1982.
3. Doering, C. I, Lopes, A. O.; Equações Diferenciais Ordinárias.

Bibliografia Complementar:

1. Alligood, K., Sauer, T. D.,Yorke, J. A.; Chaos: An Introduction to Dynamical Systems. Springer-Verlag, New York, 1996.
2. Banks, J., Brooks, J., Cairns, G., Davies, G., Stacey, P.; On Devaney's definition of chaos. Amer. Math. Monthly, vol. 99 (1992), pp. 332-334.
3. Birkhoff, G. D.; Dynamical Systems. American Mathematical Society, Rhode Island, 1966.
4. Brin, M., Stuck, G.; Introduction to Dynamical Systems. Cambridge University Press, New York, 2002.
5. Hirsch, M. W., Smale, S.; Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press, San Diego, 1974.
6. de Melo, W., van Strien, S.; One-Dimensional Dynamics.
7. Katok, A., Hasselblatt, B.; A Moderna Teoria de Sistemas Dinâmicos. Ed. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2005.
8. Lind, D. A., Marcus, B.; An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, New York, 1995.

PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Conceitos básicos de análise convexa. Condições de otimalidade. Métodos de otimização irrestrita. Métodos de busca unidimensional e multidimensional para funções diferenciáveis e não diferenciáveis. Otimização restrita: condições de otimalidade de Kuhn-tucker, métodos das barreira e das penalidades. Programação quadrática.

OBJETIVOS GERAIS: Propiciar ao aluno condições de:
- Desenvolver sua capacidade de dedução;
- Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado;
- Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas;
- Desenvolver seu espírito crítico e criativo;
- Perceber e compreender o interrelacionamento das diversas áreas da Matemática apresentadas ao longo do Curso;
- Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

OBJETIVOS: Propiciar aos alunos a compreensão dos conceitos básicos de otimização e suas implicações no contexto geral no Curso de Matemática e Computação Científica.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
1. Métodos de Otimização Irrestrita
1.1 Algoritmos de busca unidirecional
1.2 Métodos de descida para funções de várias variáveis
1.3 Método de Newton
1.4 Convergência global e local
1.5 Métodos de gradientes conjugados e métodos secantes
1.6 Método de região de confiança.

2. Condições de otimalidade
2.1 O teorema de Karush-Kunh-Tucker
2.2 Condições de qualificação de restrições
2.3 Condições suficientes de segunda ordem.
3.
4. Métodos para problemas com restrições
4.1 Métodos para restrições lineares
4.2 Programação quadrática
4.3 Métodos de barreiras e penalidades
4.4 Métodos baseados na função lagrangeano
4.5 Métodos de programação quadrática seqüencial.

BIBLIOGRAFIA:
1. Elementos de Programação não Linear - Ana Friedlander , Editora Unicamp, 1994.
2. Linear and non Linear Programing - D. G. Luenberger , Addison-Wesley, 1984.
3. Pratical Optimization - P. E. Gill, W. Murray and M. H.Wright, Academic Press, 1981.
4. Métodos Computacionais de Otimização - J. M. Martinez e S. A. Santos, IMPA XX Colóquio Brasileiro de Matemática - 1995.

5. Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations - J. E. Dennis Jr. and R. B. Schnabel, 2nd ed., Pratice Hall, 1996.
6. Nonlinear Programming - D. P. Bertsekas, Athenas Scientific, 1999.
7. Nonlinear Programming: theory and algorithms - M. S. Bazaraa H. D. Sherali and C. M. Shetthy, 2nd ed. , John Wiley Sons, 1993.
8. Practical Methods of Optimization - R. Fletcher , 2nd ed. , John Wiley Sons, 1987.
9. Numerical Otpimization - J. Nocedal and S. J. Wright, Spring Series in Operation Research, Springer-Verlag, 1999.

GRUPOS FINITOS E SUAS REPRESENTAÇÕES
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Representações de grupos finitos. Definição e exemplos. Teoria de caracteres. Representações induzidas e restrição de representações. Indicador de Fröbenius-Schur.

OBJETIVOS: Introduzir o aluno a conceitos e resultados fundamentais da teoria de representações de grupos finitos, caracteres e indicadores de Fröbenius-Schur, em característica zero.
.
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
I. Representação de grupos – Parte I - Cap. 1 do livro texto [1], Caps. 4 e 5 seção 5.1 do livro texto [2] e Cap. 1 seções 2 - 5 do livro texto [3]:
I. Representação de grupos – Parte I - Cap. 1 do livro texto [1], Caps. 4 e 5 seção 5.1 do livro texto [2] e Cap. 1 seções 2 - 5 do livro texto [3]:
1.1 Definição e exemplos.
1.2 Operações com representações.
1.3 Subrepresentações.
1.4 Álgebras semissimples e módulos semissimples.
1.5 Álgebras de grupo.
1.6 Teorema de Maschke e corolários.
1.7 Lema de Schur.

II. Teoria de caracteres - Parte I - Cap. 2 do livro texto [1], Cap. 5 seções 5.2 – 5.6 do livro texto [2] e Cap. 2 do livro texto [3]:
2.1 Relações de ortogonalidade para caracteres.
2.2 Representações de grau 1.
2.3 Dimensões de representações irredutíveis.

III. Aplicações da teoria de representação na obtenção de resultados estruturais de grupos finitos – Cap. 6 do livro texto [2].

IV. Representações induzidas e restrição de representações - Parte I - Cap. 3 do livro texto [1], Cap. 7 do livro texto [2] e Cap. 4 do livro texto [3]:
4.1 Reciprocidade de Frobenius.
4.2 Critério de irredutibilidade de Mackey.
V. Indicador de Fröbenius-Schur - Cap. 8 do livro texto [2].

BIBLIOGRAFIA (livro texto):
[1]. W. Fulton; J- Harris - *Representation theory. A first course* – Springer-Verlag, 1991.
[2]. M. Mombelli – *Grupos finitos y sus representaciones* – http://www.famaf.unc.edu.ar/~mombelli/otros/notas-gruposfinitos.pdf.
[3]. V. Serganova – Representation Theory, Lecture Notes, University of California, Berkeley, Fall, 2005.

Bibliografia complementar:
[1] M.A. Armstrong – *Groups and Symmetry* – Springer-Verlag 1980.
[2] C. W. Curtis; I. Reiner – *Representation theory of finite groups and associative algebra,* John Wiley & Sons, 1962.

[3] G. James; M. Liebeck – *Representations and characters of groups,* 2nd Edition Cambridge University Press, 2001.
[4] Joseph J. Rotman -- *An Introduction to the Theory of Groups* -- Springer-Verlag 1999.

MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA ESTATÍSTICA
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Métodos lineares para regressão. Métodos lineares para classificação. Expansões em bases e regularização. Métodos de kernels suavizadores.

OBJETIVOS GERAIS: 1) Compreender e aplicar técnicas de várias áreas da matemática (otimização, álgebra linear, análise numérica, probabilidade) a problemas envolvendo grandes dados. 2) Resolver (através de implementações) problemas envolvendo grandes dados.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
Unidade 1 – Métodos lineares para regressão (cap.3 do livro-texto)
- Modelos de regressão linear e quadrados mínimos
- Seleção de subconjuntos
- Métodos de encolhimento
- Análise de componentes principais

Unidade 2 – Métodos lineares para classificação (cap.4 do livro-texto)
- Regressão linear de uma matriz indicador
- Análise de discriminante linear
- Regressão logística
- Hiperplanos de separação

Unidade 3 – Expansões em bases e regularização (cap.5 do livro-texto)
- Funções polinomiais por partes e *splines*
- Filtragem e extração de características
- *Splines* suavizadores
- Regressão logística não paramétrica
- Splines multidimensionais
- Regularização e Espaços de Hilbert gerados por *kernels*
- *Wavelets*

Unidade 4 – Métodos de *kernels* suavizadores (cap. 6 do livro-texto)
- *Kernels* suavizadores unidimensionais
- Regressão local em R^p
- Verossimilhança local
- Funções de base radial

BIBLIOGRAFIA (livro texto):
Trevor Hastie, Robert Tibshirani, Jerome Friedman. *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction.* Springer, 2009.

Bibliografia complementar:
Ethem Aplaydin. *Introduction to Machine Learnin,* 2nd edition, MIT press, 2010. David MacKay, *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms,* Cambridge University Press, Version 7.2 (fourth printing), 2005.

ÁLGEBRAS DE OPERADORES
PRÉ-REQUISITOS: Análise Funcional.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Álgebras de Banach, Representação de Gelfand, C*-Álgebras, Álgebras de von Neumann, Teoria de Representações em espaços de Hilbert, Álgebras Aproximadamente Finitas.

PROGRAMA DETALHADO
I. Teoria Espectral Elementar – Cap. 1 do livro texto, seções:
1.1. Álgebras de Banach
1.2. Espectro e Raio espectral
1.3. Representação de Gelfand
1.4. Operadores Compactos e de Fredholm
II. C*- Álgebras e Operadores em Espaços de Hilbert – Cap. 2 do livro texto, seções:
2.1. C*-Álgebras
2.2. Elementos Positivos em C*-Álgebras
2.3. Operadores e Formas Sesquilineares
2.4. Operadores Compactos em Espaços de Hilbert
2.5. O Teorema Spectral
III. Ideais e Funcionais Positivos – Cap. 3 do livro texto, seções:
3.1. Ideais em C*-Álgebras
3.3. Funcionais Lineares Positivos
3.4. A Representação de Gelfand-Naimark
IV. Álgebras de Von Neumann – Cap. 4 do livro texto, seções:
4.1. O Teorema do Duplo Commutante
4.2. As Topologias Fraca e Ultra-Fraca
V. Representações de C*-Álgebras – Cap. 5 do livro texto, seções:
5.1. Representações Irredutíveis e Estados Puros
5.2. O Teorema de Transitividade
VI. Limites Diretos – Cap. 6 do livro texto, seções:
6.1. Limites Diretos de C*-Álgebras
6.2. Álgebras Uniformemente Hiperfinitas
BIBLIOGRAFIA:
Livro texto:
1. Gerard J. Murphy, C*-Algebras and Operator Theory, Academic Press, 1990.
Bibliografia complementar:
1. R. V. Kadison and J. R. Ringrose, Fundamentals of the Theory of Operator Algebras, Volumes I, II, III, IV, Amer. Math. Soc., 1997.
2. M. Takesaki, Theory of Operator Algebras, Volumes I, II, III, Springer, 1979-2003.
3. V. S. Sunder, Functional analysis, Spectral theory, Birkhuser Advanced Texts, Birkhuser Verlag, Basel, 1997.
4. W. Arveson, An Invitation to C*-Algebras, Springer 1976.
5. G. K. Pedersen, C*-algebras and their Automorphism groups, Academic press, 1979.
6. O. Bratteli and D. W. Robinson, Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics, Volumes I, II, Springer, 1987-2002.
7. K. Davidson, C*-Algebras by Example, Amer. Math. Soc, 1996.

VARIEDADES DIFERENCIÁVEIS
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Variedades Diferenciáveis, Aplicações Diferenciáveis entre Variedades, Transversalidade, Integração em Variedades e Grupos de Lie.

Seção 1 - Variedades e Aplicações Diferenciáveis.
1.1 - Conceitos .
1.1.1 Definição. Exemplos.
1.1.2 Aplicações Diferenciáveis entre Variedades.
1.1.3 Vetores Tangentes e Diferenciais de Funções.
1.1.4 Imersões, Submersões e Transversalidade.
1.1.5 Campos Vetoriais e Fluxos.
1.1.6 Fibrados Tangente e Cotangente.
1.1.7 Mergulho em Espaços Euclideanos. Teorema do Mergulho de Whitney.
1.1.8 Campos Vetoriais.
1.1.9 Integrabilidade de Campos. Teorema de Frobenius.
1.2 - Variedades com Bordo .
1.2.1 Teorema do Ponto Fixo de Brower.
1.2.2 Teorema da Transversalidade.
1.2.3 Teorema da Vizinhaça Tubular.
1.2.4 Teorema da Extensão Transversal.
1.3 - Integração .
1.3.1 Formas Diferenciais. Derivada Exterior.
1.3.2 Orientação.
1.3.3 Teorema de Stokes.
1.3.4 Cohomologia de De Rham. Exemplos: Sn; CPn.
1.3.5 Teorema de Frobenius (formulação via formas).

Seção 2 - Grupos de Lie .
2.1 Introdução.
2.1.1 Exemplos de Grupos de Lie.
2.1.2 Álgebra de Lie de um Grupo.
2.1.3 Subgrupos de Lie.
2.1.4 Recobrimento Simplesmente Conexo.
2.1.5 Medidas Invariantes.
2.1.6 Cohomologia de De Rham de um Grupo de Lie.
2.2 - Aplicação Exponencial .
2.2.1 Homomorismos de Grupos de Lie.
2.2.2 Subgrupos Fechados.
2.3 - Espaços Homogêneos .
2.3.1 Ações de Grupo.
2.3.2 Exemplos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
A numeração atribuída as referência bibliográficas em cada seção representa a ordem, em importância, sugerida pela presente proposta.

1. Seção 1
[1] - Bredon, Glen E.. - Topology and Geometry, GTM 139, Springer.
[2] - Warner, F. - Foundations of Di_erentiable Manifolds and Lie Groups - GTM 94, Springer.
[3] - Guillemin,V. and Pollack,A. - Di_erential Topology - PrenticeHall.

2. Seção 2

[1] - Warner, F. - Foundations of Di_erentiable Manifolds and Lie Groups - GTM 94, Springer.
[2] - Spivak, M. - Di_erential Geometry - vol I, Publish or Perish.
[3] - Bredon, Glen E.. - Topology and Geometry, GTM 139, Springer.

TOPOLOGIA ALGÉBRICA
PRÉ-REQUISITO: Topologia, Cálculo Avançado
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Elementos de Álgebra homológica e complexos, morfismo de bordo, Homotopia, Homologia, Cohomologia, complexos CW, Excisão, Espaços de recobrimento, dualidade de Poincaré, Aplicações.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
1- Propiciar ao estudante uma introdução às técnicas básicas da Topologia Algébrica.
2- Permitir que o estudante aprecie a relação, mediante exemplos, entre aspectos algébricos e invariantes topológicos.
3- Propiciar ao estudante uma base mínima para entender resultados modernos de Topologia e Geometria.

PROGRAMA:

0- Elementos de Álgebra Homológica[5,6,7]
0.1 – Sequências exatas de grupos e Módulos.
0.2 - Complexos de cocadeias e complexos diferenciais.
0.3 - Morfismos de complexos diferenciáveis.
0.4 - Sequências exatas de complexos diferenciáveis
0.5 - Lema da serpente.

1- Homologia [1-6]
1.1 – Complexos simpliciais e homologia singular
1.2 – Homologia relativa e Excisão.
1.4 – Aplicações: – Sequência de Mayer-Vietors,
– Homologia com coeficientes em um grupo abeliano.
1.5 – Complexos CW.
1.6 – Formalização e Axiomas da Homologia.

2- Homotopia [1 – 6]
2.1 – Homotopia de complexos.
2.2 – Invariânça homotópica.
2.3 – Teorema de Van Kampen

3- Cohomologia [1,2,3,5,6]
3.1 – Cocadeias e operador de cobordo
3.2 – Grupos de cohomologia e teorema dos coeficientes universais
3.3 – O anel de cohomologia e formula de Künneth
3.4 – Cohomologia de de Rham

4- Cálculo de homologia e cohomologia [1,2,6]
4.1 – Exemplos de homologia e cohomologia de variedades.
4.2 – Dualidade de Poincaré
4.3 – Teorema de Hopf e aplicações em Sn.

BIBLIOGRAFIA:

[1] HATCHER, A. – Algebraic Topology – Cambridge University Press, Cambridge, 2002. xii+544 pp.
[2] BREDON, GLEN E. – Topology and Geometry - GTM 139, 1st ed., Springer-Verlag,1993.
[3] FULTON, W. – Algebraic Topology: A first course – GTM 153, Springer, 1995.
[4] NOVIKOV, P. – Algebraic Topology I, Encyclopaedia of Mathematical Sciences, Vol. 12. Springer 1996.[5] BRUZZO, U. – Introduction to Algebraic Topology and Algebraic Geometry. – http://people.sissa.it/~bruzzo/notes/IATG/notes.pdf.[6] MAY, J. P. – A concise Course in Algebraic Topology – http://www.math.uchicago.edu/~may/CONCISE/ConciseRevised.pdf
[7] HILTON, P., STAMMBACH, U. – A course in Homological Algebra – GTM 4, Second Edition, Springer-Verlag, New York- Berlin, (1977).

PROBABILIDADE E PROCESSOS MARKOVIANOS
PRÉ-REQUISITOS: Medida e Integração.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1, 2 e 3 do Livro Texto 1 e capítulo 15 do Livro Texto 2, cobrindo a definição axiomática, ferramentas e resultados básicos em Teoria de Probabilidades e os resultados fundamentais no estudo de Cadeias de Markov.

OBJETIVO: Introduzir as fermentas e resultados básicos de Teoria de Probabilidade e de Cadeias de Markov.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Introdução à Probabilidade - Livro Texto 1, Cap. 1:
1.Modelos probabilísticos (espaços de probabilidade). (Seç. 1.1)
2.Probabilidade condicional. (Seç. 1.2)
3.Independência. (Seç. 1.3)

II. Variáveis Aleatórias e funções de distribuição- Livro Texto 1, Cap. 2:
1.Definições básicas. (Seç. 2.1)
2.Variáveis aleatórias discretas e contínuas. (Seç. 2.2)
3.Funções de distribuição e de densidade. (Seç. 2.3)
4.Vetores aleatórios (sequências de variáveis aleatórias). (Seç. 2.4)
5.Independência. (Seç. 2.5)
6.Distribuições e densidades de funções de variáveis e vetores aleatórios. (Seç. 2.6)
7.O método do Jacobiano. (Seç. 2.7)

III. Famílias importantes de Distribuições e Densidades - Bibliografia Complementar:
1.Distribuições discretas: binomial, geométrica, binomial negativa. Poisson, hipergeométrica.
2.Distribuições contínuas: Uniforme, Exponencial, Normal, Gamma e Beta..

IV. Esperança Matemática- Livro Texto 1, Cap. 3:
1.Definição e propriedades. (Seç. 3.2 e 3.3)
2.Esperança de funções de variáveis aleatórias. (Seç. 3.4)
3.Momentos. (Seç. 3.5)
4.Esperança de funções de vetores aleatórios. (Seç. 3.6)
5.Teoremas de convergência. (Seç. 3.7)

V. Cadeias de Markov- Livro Texto 2, Cap. 15:
1.Processos estocásticos Markovianos e não Markovianos. (Seç. 13)
2.Definição e exemplos de cadeias de Markov. (Seç. 1 e 2)
3.Matriz de transição e probabilidades de transições. (Seç. 3)
4.Estados e conjuntos absorventes e cadeias irredutíveis (Seç. 4)
5.Classificação de estados. (Seç. 5)
6.Decomposição de cadeias. (Seç. 6)
7.Distribuições estacionárias. (Seç. 7)
8.Cadeias transientes. (Seç. 8)
9.Cadeias periódicas. (Seç. 9)
10.Teoremas limites. (Seç. 11)

BIBLIOGRAFIA:

Livro (s) Texto(s):

1.James, B. R.; Probabilidade: um curso em nível intermediário. 3a ed., IMPA, Rio de Janeiro, 2004.

2.Feller W.; An introductio to probability theory and its applications vol.1. 3a ed., Wiley, New York, 1967.

Bibliografia Complementar:

1. Feller W.; An introductio to probability theory and its applications vol.2. 3a ed., Wiley, New York, 1971.

2. Grinstead, C. M., Snell, J. L.; Introduction to Probability 2nd ed. American Mathematical Society, Rhode Island, 1997.

3. Hoel, P. G.; Introduction to Mathematical Statistics. 3 ed. Wiley, New York, 1962.

4. Meyer, P. L.; Probabilidade: aplicações à estatística. 2a ed., Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1983.

5. Ross, S. M.; Introduction to Probability Models. 6 ed, Academic Press, San Diego, 1997.

6. Stroock, D. W.; An introduction to Markov processes. Springer-Verlag, New York, 2005.

TEORIA ERGÓDICA E DE INFORMAÇÃO
PRÉ-REQUISITOS: Medida e Integração.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1 a 7 do Livro Texto, cobrindo as noções e ferramentas fundamentais no estudo de teoria ergódica e deinforção de sistemas dinâmicos abstratos e topológicos.

OBJETIVO: Introduzir o aluno às principais ferramentas e resultados no estudo de sistemas dinâmicos abstratos e topológicos.

PROGRAMA DETALHADO:
Capítulo 1. Tranformações que preservam medida - Livro Texto, Cap. 1;

Capítulo 2. Isomorfismos, Conjugação e Isomorfismo Espectral - Livro Texto, Cap. 2;

Capítulo 3. Tranformações com Espectro Contínuo que preservam medida - Livro Texto, Cap. 3;

Capítulo 4. Entropia - Livro Texto, Cap. 4;

Capítulo 5. Dinâmica Topológica - Livro Texto, Cap. 5;

Capítulo 6.Medidas Invariantes para Tranformações Contínuas - Livro Texto, Cap. 6;

Capítulo 7. Entropia Topológica - Livro Texto, Cap. 7;

BIBLIOGRAFIA
Livro Texto:
Walters, P.; An Introduction to Ergodic Theory. Springer-Verlag, 1982.

Bibliografia Complementar:

1. Birkhoff, G. D.; Dynamical Systems. American Mathematical Society, Rhode Island, 1966.
2. Brin, M., Stuck, G.; Introduction to Dynamical Systems. Cambridge University Press, New York, 2002.
3. Denker, M., Grillenberger, C., Sigmund, K.; Ergodic Theory on Compact Spaces. Springer-Verlag, 1976.
4. Hirsch, M. W., Smale, S.; Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press, San Diego, 1974
5. de Melo, W., van Strien, S.; One-Dimensional Dynamics.
6. Katok, A., Hasselblatt, B.; A Moderna Teoria de Sistemas Dinâmicos. Ed. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2005.
7. Lind, D. A., Marcus, B.; An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, New York, 1995.
8. Mañe, R. Teoria Ergódica. Projeto Euclides. IMPA, Riode Janeiro, 1983.
9. Parry, W.; Topics in ergodic theory. Cambridge Tracts in Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge, 1981.

DINÂMICA SIMBÓLICA
PRÉ-REQUISITOS: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1, 2, 3, 4 e 6 do Livro Texto 2 e Capítulo 6 do Livro Texto 1, ou seja, espaços *Shifts*, *Shifts* de Tipo Finito, Sóficos, códigos de bloco, entropia topológica, dinâmica topológica e autômatos celulares.

OBJETIVO: Introduzir o aluno às ferramentas e resultados fundamentais em diâmica simbólica.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Espaços *Shift* - Cap. 1 do Livro Texto 2:
1.*Full Shifts*. (Seç. 1.1)
2.Espaços *Shifts.* (Seç. 1.2)
3.Linguagens. (Seç. 1.3)
4.*Higher Block Shifts* e *Higher Power Shifts.* (Seç. 1.4)
5.Códigos de bloco. (Seç. 1.5)

II. *Shifts* de Tipo Finito - Cap. 2 do Livro Texto 2:
1.Restrições de tipo finito. (Seç. 2.1)
2.Grafos e *Shifts.* (Seç. 2.2)
3.Representação de *Shifts* de Tipo Finito através de grafos. (Seç. 2.3)
4.Cisão e amalagamção de estados. (Seç. 2.4)

III. *Shifts* Sóficos - Cap. 3 do Livro Texto 2:
1.Definição e propriedades. (Seç. 3.1)
2.Caracterizações. (Seç. 3.2 e 3.3)
3.Construções e algorítimos. (Seç. 3.4)

IV. Entropia - Cap. 4 do Livro Texto 2:
1.Definição e propriedades. (Seç. 4.1)
2.Teoria de Perron-Frobenius. (Seç. 4.2)
3.Computação da entropia. (Seç. 4.3)
4.Componentes irredutíveis. (Seç. 4.4)
5.Estruturas cíclicas. (Seç. 4.5)

V. *Shifts* como sistemas dinâmicos topológicos - Cap. 6 do Livro Texto 2:
1.Espaços métricos. (Seç. 6.1)
2.Sistemas dinâmicos. (Seç. 6.2)
3.Invariantes. (Seç. 6.3)
4.Partições de Markov. (Seç. 6.5)

VI. Autômatos celulares - baseado no Cap. 6 do Livro Texto 1 e Bibliografia Complementar, em particular os resultados topológico da Seç. 2 de [8]:
1.Definição e regras: classificação de Wolfram, autômatos celulares permutativos, autômatos celulares algebraicos.
2.Autômatos celulares conservativos.

BIBLIOGRAFIA:
Livro(s) Texto(s):
1. Boccara, N.; Modeling Complex Systems. Springer-Verlag, New york, 2004.

2. Lind, D. A., Marcus, B.; An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, New York, 1995.

Bibliografia Complementar:

1.Hedlund, G. A. Endomorphisms and automorphisms of the shift dynamical system. Math. Systems Theory, **3**, 320--375, 1969.

2.Host, B., Maass, A., Martínez, S.; Uniform Bernoulli measure in dynamics of permutative cellular automata with algebraic local rules. Discrete Contin. Dyn. Syst., **9**, 6, 1423--1446, 2003.

3.Gutowitz, H. A. (Editor).; Cellular Automata: Theory and Experiment; proceedings of an interdisciplinary workshop. Physica D, **45**, 1-485, 1990.

4.Kitchens, B. P.; Expansive dynamics on zero-dimensional groups. Ergodic Theory and Dynamical Systems, **7**, 2, 249--261, 1987.

5.Nasu, M.; Local Maps Inducing Surjective Global Maps of One-Dimensional Tessellation Automata. Math. Systems Theory Related Fields, **11**, 327--351, 1978.

6.Neumann, J.; Theory of Self-reproducing Automata (edited and completed by A. W. Burks). University of Illinois Press, 1966.

7.Pivato, M.; Invariant measures for bipermutative cellular automata. Discrete Contin. Dyn. Syst., **12**, 4, 723--736, 2005.

8.Pivato, M.; Ergodic Theory of Cellular Automata. In Encyclopedia of Complexity and Systems Science, Springer-Verlag, New York, 2009.

9.Schmidt, K.; Dynamical systems of algebraic origin. Progress in Mathematics, **128**. Birkhauser Verlag, Basel, 1995.

10.Sindhushayana, N. T., Marcus, B., Trott, M.; Homogeneous shifts. IMA J. Math. Control Inform., **14**, 3, 255--287, 1997.

11.Sobottka, M.; Right Permutative Cellular Automata on Topological Markov Chains. Discrete Contin. Dyn. Syst., **20**, 4, 1095--1109, 2008.

12.Williams, R. F.; Classification of subshifts of finite type. Ann. of Math., **98**, 120--153, 1973. Errata: Ann. of Math., **99**, 380--381.

TEORIA DE DISTRIBUIÇÕES E ESPAÇOS DE SOBOLEV
PRÉ-REQUISITOS: Teoria da medida e integral de Lebesgue, Análise Funcional.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: O Espaço das Funções Testes. Densidade. Distribuições em um aberto Ω do R^n. Derivação de distribuições. Distribuições Temperadas. Transformada de Fourier em L^1 (R^n) , S (R^n) e L^2 (R^n). Transformada de Fourier de Distribuições Temperadas. Teorema de Plancherel. Os Espaços de Sobolev $W^{m,p}$ (Ω). Propriedades, Reflexividade, Separabilidade, Dual. O Espaço $W_0^{m,p}$ (Ω). Operadores de Prolongamento. Os Espaços de Sobolev H^s(Ω) e H^s(∂ Ω) , s real, Ω subconjunto aberto do R^n. O Teorema do Traço. Aplicações a Equações Diferenciais Parciais. Soluções generalizadas e Existência e Unicidade de Problemas de Valor Inicial e de Fronteira.

OBJETIVO: Introduzir o aluno aos fundamentos da teoria moderna das equações diferenciais parciais e suas aplicações.

PROGRAMA DETALHADO:
1. Revisão de espaços L^p(Ω) , p ϵ [1, +]. [2]
1.1 Definição e propriedades elementares. Teorema de Riesz-Fischer.
1.2 Desigualdades de Hö lder e Minkowski
1.3 Reflexividade e separabilidade. Dual .
1.4 Convergência fraca.

2. Distribuições [3]
2.1 O espaço das funções testes. Noção de convergência.
2.2 Convolução com funções de L^p(Ω).
2.3 Sucessão Regularizante. Partição da unicidade.
2.4 Densidade em L^p(Ω).
2.5 Distribuições. Definição e propriedades.
2.6 O espaço das Distribuições. Convergência fraca.
2.6 Funções localmente integráveis e distribuições.
2.7 Derivação de distribuições. Propriedades.

3. Transformada de Fourier. [3]
3.1 O espaço de Schwarzs S (R^n).
3.2 Propriedades. Densidade.
3.3 Distribuições temperadas.
3.4 Transformada de Fourier no espaço de Schwarz.
3.5 Transformada de Fourier no L^2 (R^n).
3.6 Transformada de Fourier de distribuições temperadas. Teorema de Plancharel.

4. Espaços de Sobolev [1]
4.1 Definição e propriedades elementares.
4.2 Geometria dos Espaços de Sobolev.
4.3 Reflexividade . Separabilidade. Dual.
4.4 O Espaço $W_0^{m,p}$ (Ω).
4.5 Densidade nos Espaços de Sobolev.
4.6 Operadores de prolongamento.
4.7 Os Espaços de Sobolev H^s(Ω) e H^s(∂ Ω), s real.

4.8 Desigualdades de Sobolev. Teoremas de Imersão. Teorema de Rellich - Kondrasov.
4.9 Normas equivalentes. Desigualdade de Poincaré.
4.10 Teorema do traço.

5. Aplicações: Soluções fracas de problemas a valores no contorno elípticos. [3]
5.1 problemas variacionais abstratos: teoremas de Stampachia e de Lax-Milgram.
5.2 Exemplos de problemas a valores no contorno elípticos: o problema de Dirichlet para operadores elípticos de segunda ordem, o sistema da elasticidade, o sistema de Stokes.

BIBLIOGRAFIA PRINCIPAL:
1. Medeiros, L. A., Miranda, M. M., *Espaços de Sobolev*, 2a. Edição, Instituto de Matemática, UFRJ, 2004.
2. Brezis, H., *Analyse Fonctionnelle: théorie et Applicátions*, Masson (1983).
3. Kesavan, S., *Topics in Functional Analysis and Applications*, Wiley (1989).
Bibliografia Complementar:
1. Adams, R. A., *Sobolev Spaces*, Academic Press (1975).
2. Evans, L. C., *Partial differential equations*, American Mathematical Society, 2002.
3. Hörmander, L., The Analysis of Linear Differential Operators I, Distribution Theory and Fourier Analysis, Springer-Verlag, 2ed., 1990
4. Medeiros, L. A. , Rivera, P. H. *Iniciação aos Espaços de Sobolev*, IM-UFRJ, Rio de Janeiro (1977).
5. Renardy, M., Rogers, R.C., *An introduction to partial differential equations*, Springer-Verlag, 1993.

ANÁLISE NUMÉRICA II
PRÉ-REQUISITOS: Análise Numérica I, Análise Funcional
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Problemas elípticos. Método de Galerkin. Analise de erro. Elementos finitos, definições e exemplos. Princípios de aproximação por elementos finitos: malhas, espaços de aproximação e interpolantes, estimativas inversas. Geração de malha. Quadraturas e assemblagem. Exemplos de aproximação de problemas elípticos.

OBJETIVO: Introduzir o método de elementos finitos como uma ferramenta de resolução numérica de equações em derivadas parciais e apresentar aplicações deste em mecânica computacional.

PROGRAMA DETALHADO:
1. Método de Galerkin de aproximação em espaços de Banach (CapítuloI do livro de texto)
(a) Elementos de teoria de equações elípticas
(b) Teorema Banach -Neficas-Babufiska
(c) Método de Galerkin
(d) Análise de erro

2. Elementos finitos (Capítulo I do livro de texto)
(a) Interpolação por elementos finitos em uma dimensão.
(b) Definições e exemplos.
(c) Básicos conceitos de malhas computacionais.
(d) Espaçcos de aproximação e operadores interpolates.
(e) Interpolação de funções de espaço Sobolev.
(f) Desigualdades inversas.

3. Aproximação de EDPs por elementos finitos (Capítulo II do livro de texto)
(a) Aproximação do problemas elípticos.
(b) Exemplos de problemas coercitivos da mecânica computacional.
(c) Aproximação de equações hiperbólicas da primeira ordem: método de Galerkin / quadrados mínimos, método de Galerkin descontínuo.
(d) Método de Galerkin para problemas parabólicos.

4. Implementação do método de elementos finitos (Capítulo III do livrode texto)
(a) Geração de malha, triangulação de Delaunay.
(b) Implementação de quadraturas numéricas.
(c) Assemblagem em matrizes esparsos.
(d) Implementação de condições de fronteira.
(e) Condicionamento, métodos iterativos para sistemas lineares.

BIBLIOGRAFIA:
Livro Texto:
1. A.Ern, J.-L. Guermond. Theory and practice of finite elements Applied Mathematical Sciences, 159, Springer (2004).
Bibliografia complementar:
1. Tomas J.W. Thomas Numerical partial diferential equations Texts in Applied Mathematics, 33, Springer (1999).
2. C. Johnson, Numerical solution of the partial diferential equations by the finite element method, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1987).

3. S.C.Brenner and L.R. Scott, The mathematical theory of finite element methods, Springer, New York (1994)

INTRODUÇÃO ÀS ÁLGEBRAS DE HOPF
PRÉ-REQUISITOS: Teoria de Anéis e Módulos
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1, 2, 4, 5 e 6 do livro texto, ou seja, teoria de co-álgebras, co-módulos e álgebras de Hopf.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a conceitos e resultados fundamentais da teoria de co-álgebras, co-módulos e álgebras de Hopf.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Álgebras e Co-álgebras - Cap. 1 do livro texto, seções:
1.1. Conceitos básicos.
1.2. A topologia finita.
1.3. A (co)-álgebra dual.
1.4. Construção na categoria de co-álgebras.
1.5. O dual finito de uma álgebra.

II. Co-módulos – Cap. 2 do livro texto, seções:
2.1. A categoria de co-módulos sobre uma co-álgebra.
2.2. Módulos Racionais.
2.3. Bi-co-módulos e o produto co-tensorial.
2.4. Co-módulos simples e co-módulos injetivos.
2.5. Alguns tópicos da teoria da torção em M^{C}.

III. Bi-álgebras e Álgebras de Hopf – Cap. 4 do livro texto, seções:
3.1. Bi-álgebras.
3.2. Álgebras de Hopf.
3.3. Exemplos de álgebras de Hopf.
3.4. Módulos de Hopf.

IV. Integrais – Cap. 5 do livro texto, seções:
4.1. A definição de integral para uma bi-álgebra.
4.2. A conexão entre integrais e o ideal H^{*rat}
4.3. Condições de finitude para álgebras de Hopf com integrais não-nulas.
4.4. A unicidade de integrais e a bijetividade da antípoda.
4.5. Teorema de Mascke (livro 1 da bibliografia complementar Cap. 2, seção 2.2).

V. Ações e Co-ações de Álgebras de Hopf – Cap. 6 do livro texto, seções:
5.1. Ações de álgebras de Hopf sobre álgebras.
5.2. Co-ações de álgebras de Hopf sobre álgebras.
5.3. O contexto de Morita.
5.4. Extensões Hopf-Galois.

BIBLIOGRAFIA:
Livro (s) Texto(s):
1. Dascalescu, C. Nastasescu and S. Raianu – *Hopf Algebras An Introduction* – Marcel Dekker 2001.
Bibliografia complementar:
1. Montgomery – *Hopf Algebras and Their Actions on Rings* – CBMS ***82,*** AMS 1993.
2. M. E. Sweedler – *Hopf Algebras* – W.A. Benjamin, Inc. 1969.
3. E. Abe – *Hopf Algebras-* Cambridge Univ. Press 1977.

TEORIA DE ANEIS NÃO-COMUTATIVOS
PRÉ-REQUISITOS: Teoria de Anéis e Módulos
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 2, 4 e 7 do livro texto 1, ou seja, radical de Jacobson, anéis primos, anéis primitivos e anéis locais. Capítulo 2 do livro texto 2, ou seja, anéis e módulos graduados e capítulos 1 e 2 do livro texto 3, ou seja, extensões essenciais, módulos singulares e anéis de quociente máximo.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a conceitos e resultados específicos da teoria de anéis e módulos, ferramentas importantes para o estudo de outros temas em álgebra.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Teoria do radical de Jacobson - Cap. 2 do livro texto 1, tópicos:
1. O radical de Jacobson.
2. O radical de Jacobson sob mudança de anel.
3. Anéis de grupo e J-semisimplicidade.
II. Anéis primos e primitivos – Cap. 4 do livro texto 1, tópicos:
1. O radical primo, anéis primos e semiprimos.
2. Estrutura de anéis primitivos, o teorema da Densidade de Jacobson-Chevalley.
3. Produto subdireto e teoremas de comutatividade.
III. Anéis locais, anéis semilocais e idempotentes – Cap. 7 do livro texto 1, tópicos:
1. Anéis locais.
2. Anéis semilocais.
3. A teoria de idempotentes.
4. Idempotentes centrais.
IV. Anéis de polinômios – Cap. 2 do livro texto 2, tópico:
1. Anéis e módulos graduados.
V. Extensões essenciais e módulos singulares – Cap. 1 do livro texto 3, tópicos:
1. Extensões essenciais.
2. Envoltórias injetivas.
3. O submódulo singular.
VI. Localização e anéis de quociente máximo – Cap. 2 do livro texto 3, tópicos:
1. Localização.
2. Anéis de endomorfismos de módulos quasi-injetivos.
3. Anel de quociente máximo.
4. Coincidência de anéis de quociente à direita e à esquerda.

BIBLIOGRAFIA:
Livro(s) Texto(s):
1. T. Y. Lam – *A first course in noncommutative rings* – Springer-Verlag 2001.
2. D. S. Passman – *A course in ring theory* – AMS Chelsea Publishing 2004.
3. K. R. Goodearl – *Ring theory – Nonsingular rings and modules* – Marcel Dekker 1976.
Bibliografia complementar:
1. J. G. Raftery – *On strongly prime rings and modules* – Durban 1986.
2. L. H. Rowen – *Ring theory* – Academic Press 1988.

COANEIS E COMÓDULOS
PRÉ-REQUISITOS: Introdução às álgebras de Hopf
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Capítulos 1, 2 e 3 do livro texto, ou seja, coálgebras, comódulos, biálgebras, álgebras de Hopf e coanéis.

OBJETIVO: Introduzir o aluno a conceitos e resultados específicos da teoria de coanéis, ferramentas importantes para o estudo de outros temas em álgebra.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Coálgebras e Comódulos - Cap. 1 do livro texto, tópicos:
1. Coálgebras.
2. Morfismos de coálgebras.
3. Comódulos.
4. C-comódulos e C*-módulos.
5. O dual finito de uma álgebra.
6. O funtor racional.
7. Estrutura de comódulos.
8. Bi-comódulos.

II. Biálgebras e Álgebras de Hopf – Cap. 2 do livro texto, tópicos:
3. Biálgebras.
2. Módulos de Hopf.
3. Álgebras de Hopf.

III. Coanéis e comódulos – Cap. 3 do livro texto, tópicos:
1. Coanéis e seus morfismos.
2. Comódulos sobre coanéis.
3. *C*-comódulos e *C**-módulos.
4. O funtor racional para coanéis.
5. Bicomódulos sobre coanéis.

BIBLIOGRAFIA:
Livro(s) Texto(s):
1. T. Brzezinski e R. Wisbauer – *Corings and Comodules* – Cambridge University Press 2003.

ANÁLISE CONVEXA
PRÉ-REQUISITOS: Análise Funcional.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Conceitos básicos (conjuntos convexos e funções convexas em espaços de Banach), conjugada de Fenchel-Legendre, subdiferenciais de Moreau-Rockafellar, minimização de funções convexas em espaços de Banach reflexivos, aplicações em desigualdades variacionais, dualidade em otimização convexa, diferenciabilidade de funções convexas, princípios variacionais de Ekeland e Borwein-Preiss.

OBJETIVO: Introduzir os elementos básicas da análise convexa em espaços de Banach e suas aplicações em cálculo subdiferencial para funções convexas.

PROGRAMA DETALHADO:
I. Conceitos Básicos (Cap. 1 do livro texto)
1.1. Conjuntos convexos (Seção 1 do livro texto)
1.2. Funções convexas (Seção 2 do livro texto)
1.3. Supremo de funções afins (Seção 3 do livro texto)
1.4. Conjugação de Fenchel-Legrende (Seção 4 do livro texto)
1.5. Subdiferenciais (Seções 5 e 6 do livro texto)

II. Minimização de Funções Convexas (Cap. 2 do livro texto)
2.l. Existência de minimizadores (Seção 1 do livro texto)
2.2. Caracterização de soluções (Seção 2 do livro texto)
2.3. Aplicações em desigualdades variacionais (Seção 3 do livro texto)

III. Dualidade em Otimização Convexa (Cap. 3 do livro texto)
3.1. O problema primal e o problema dual (Seção 1 do livro texto)
3.2. Problemas normais e estáveis (Seção 2 do livro texto)
3.3. Lagrangeanos e pontos de Sela (Seção 3 do livro texto)

IV. Diferenciabilidade de Funções Convexas (Cap. 4 de 1 (bibliografia complementar))
4.1. Continuidade e subdiferenciais (Seção 4.1 de 1)
4.2. Diferenciabilidade de funções convexas (Seção 4.2 de 1)
4.3. Principios Variacionais de Ekeland e Borwein-Preiss (Seção 4.3 de 1)

BIBLIOGRAFIA:
Livro Texto:
1. EKELAND, I.; TÉMAM, R; Convex Analysis and Variational Problems, Classics in applied mathematics, SIAM, 1999.
Bibliografia complementar:
1. BORWEIN, J.M.; VANDERWERFF, D. - Convex functions: constructions, characterizations and counterexamples. Encyclopedia of mathematics, Cambridge, 2009.

FIBRADOS EM VARIEDADES DIFERENCIÁVEIS
PRÉ-REQUISITO: Variedades Diferenciáveis
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Fibrados, conexões, holonomia, classes características.

OBJETIVO: Apresentar noções e métodos básicos da geometria diferencial em fibrados.

PROGRAMA DETALHADO:

1. Fibrados [1, seção I.5]

1.1 Fibrados: definições e exemplos
1.2 Fibrados principais
1.3 Fibrados associados
1.4 Fibrados vetoriais e métricas
1.5 Redução e extensão de fibrados principais

2. Conexões em fibrados principais
2.1 Conexão e forma de conexão [1, seções II.1 e II.2]
2.2 Transporte paralelo [1, seção II.3]
2.3 Derivada exterior e forma de curvatura de uma conexão [1, seção II.5]
2.4 Conexões planas [1, seção II.9]
2.5 Conexões em fibrados vetoriais e a conexão de Levi-Civita [1, seções III.1, IV. 1 e IV.2]

3. Teoria de holonomia
3.1 Holonomia de um fibrado principal [1, seção II.4]
3.2 Teorema de redução (de uma conexão) [1, seção II.7]
3.3 Teorema de Ambrose-Singer [1, seção II.8]
3.4 Holonomia de derivadas covariantes em fibrados vetoriais [1, seção III.3]
3.5 Holonomia de uma variedade Riemanniana [1, seção III.5]

4. Classes características [2, capítulo XII]
4.1 Homomorfismo de Chern-Weil
4.2 Classes de Chern, Pontrjagin e Euler

BIBLIOGRAFIA:
Literatura principal:
1) Kobayashi, S., Nomizu, K.: Foundations of differential geometry, vol. 1. New York: Interscience, 1963-69
2) Kobayashi, S., Nomizu, K.: Foundations of differential geometry, vol. 2. New York: Interscience, 1963-69
Literatura complementar:
3) Baum, H.: Eichfeldtheorie. 2a edição, Springer, 2014
4) Husemoller D.: Fibre bundles. 3a edição, Springer, 1993
5) Naber, G.L.: Topology, geometry, and gauge fields: foundations. New York: Springer, 1997
6) Spivak, M.: A comprehensive introduction to differential geometry, vol. 2. 3a edição, Publish or Perish, 1999.

ÁLGEBRA COMUTATIVA
PRÉ-REQUISITO: Estruturas Algébricas
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Anéis, Ideais, Módulos, Localização, Anéis Noetheriaos, Anéis Artinianos,

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
1- Propiciar ao estudante uma introdução a técnicas avançadas de Álgebra.
3- Propiciar ao estudante uma base mínima para entender resultados modernos de Geometrias Abstratas, tais como Geometria Algébrica.

PROGRAMA:
0- Anéis e ideais:
0.1 – Anéis e homomorfismos.
0.2 – Ideais e Anéis quocientes.
0.3 – Divisores de zero, nilpotentes e unidades.
0.4 – Ideais primos e ideais maximais.
0.5 – Nilradical e radical de Jacobson.
0.6 – Operações sobre ideais.
0.7 – Extensão e contração.

1- Módulos
1.1 – Módulos e homomorfismos.
1.2 – Submódulos e módulos quocientes.
1.3 – Operações sobre submódulos.
1.4 – Soma direta e produto.
1.5 – Módulos finitamente gerados.
1.6 – Produto tensorial.
1.7 – Restrição e extensão de escalares.
1.8 – Propriedades de exatidão do produto tensorial.
1.9 – Álgebras e Produto tensorial de Álgebras.

2- Ideais e Módulos de frações:
2.1 – Sistema multiplicativo.
2.2 – Localização com respeito a um sistema multiplicativo.
2.3 – Propriedades de exatidão da localização.

3- Condições de cadeia:
3.1 – Condições de cadeias ascendentes e descendentes.
3.2 – Anéis Noetherianos
3.3 – Teorema da base de Hilbert.
3.4 – Anéis Artinianos.
4- Mais estruturas:
4.1 – Limite direto e limite inverso.
4.2 – Anéis graduados e Módulos graduados.
4.3 – Filtraçoes.
4.4 – Topologias.

BIBLIOGRAFIA:

[1] Atiyah, M., F., MacDonald, I., G.; – Introduction to Commutative Álgebra. MA: Addison-Wesley, 1994.

[2] R: Reid, Miles. *Undergraduate Commutative Algebra: London Mathematical Society Student Texts*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1996.
[3] E: Eisenbud, David. *Commutative Algebra: With a View Toward Algebraic Geometry*. New York, NY: Springer-Verlag, 1999.

INTRODUÇÃO À TEORIA DE REGULARIZAÇÃO
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Introdução: exemplos clássicos e modelagem; Definição de Método de regularização; Métodos de regularização contínuos; Regularização de Tikhonov: operadores lineares e não-lineares.

OBJETIVO: Introduzir o aluno aa teoria de regularização de problemas Inversos e a técnicas de obtenção de soluções estáveis para os mesmos.

PROGRAMA DETALHADO:

Unidade 1: Problemas inversos e sua modelagem
- Exemplos clássicos
- Equações integrais de 1a espécie
Referencia: [1] §1.1 a §1.7
[5] $1.1
[7] $1.1 a §1.2

Unidade 2: Equações de Operadores mal postas
- Inversa Generalizada
- Operadores compactos e svd
- Teoria espectral e calculo funcional
Referencia: [1] §2.1 a §2.3
[5] $1.2 a §1.3

Unidade 3: Regularização de operadores
- Definições e conceitos básicos
- Ordem ótima
- Regularização por projeção
Referencia: [1] §3.1 a §3.3
[5] $2.1 a §2.4

Unidade 4: Métodos de regularização contínuos
- Escolha de parâmetros a-priori
- Saturação e Principio da discrepância
- Escolha de parâmetros heurística
- Métodos tipo mollifier
Referencia: [1] §4.1 a §4.6

4: Regularização de Tikhonov
- Teoria clássica
- Regularização por projeção
- Método da máxima entropia
- Restrições convexas
Referencia: [1] §5.1 a §4.4

5: Regularização de problemas não-lineares
- Tikhonov não linear, analise de convergência
- Escolha de parâmetros a-posteriori
- Escalas de Hilbert
Referencia: [1] §10.1 a §10.3, §10.5

BIBLIOGRAFIA:
Livro principal: [1] ; ***Livros secundários:*** [5], [7]

[1] Engl, Heinz W.; Hanke, Martin; Neubauer, Andreas, "Regularization of inverse problems", Kluwer, Dordrecht, 1996.
[2] Groetsch, Charles; "Generalized inverses of linear operators: representation and approximation", Marcel Dekker, New York, 1977.
[3] Groetsch, Charles, "Elements of applicable functional analysis", Marcel Dekker, Inc., New York, 1980.
[4] Groetsch, Charles, "Stable approximate evaluation of unbounded operators" Springer-Verlag, Berlin, 2007.
[5] Groetsch, Charles, "The theory of Tikhonov regularization for Fredholm equations of the first kind", Pitman, Boston, MA, 1984.
[6] Schuster, Thomas; Kaltenbacher, Barbara; Hofmann, Bernd; Kazimierski, Kamil, "Regularization methods in Banach spaces", Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin, 2012.
[7] Kirsch, Andreas, "An introduction to the mathematical theory of inverse problems", Springer-Verlag, New York, 1996.
[8] Kreyszig, Erwin, "Introductory functional analysis with applications", John Wiley & Sons, New York, 1989.

INTRODUÇÃO À TEORIA DE CATEGORIAS
PRÉ-REQUISITO: Estruturas Algébricas
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Categorias, funtores, transformações naturais, funtores representáveis, Lema de Yoneda, equivalência e dualidade entre categorias, limites e colimites, adjunções e mônadas, categorias monoidais, categorias abelianas.

OBJETIVO: Introduzir os conceitos e técnicas básicas da teoria de categorias para a sua utilização em diversas áreas da matemática.

PROGRAMA:
1) Categorias, funtores e transformações naturais (cap1 do livro texto):
a) Categorias
b) Funtores
c) Transformações naturais
d) Monicos, _épicos isomorfísmos
e) Objetos iniciais e finais
f) Conjuntos Hom
g) Categorias pequenas, localmente pequenas e grandes

2) Construções em categorias (cap2 do livro texto):
a) Dualidade
b) Contravariância e categorias opostas
c) Produto de categorias
d) Categorias de funtores
e) A categoria de todas as categorias
f) Categorias "vírgula" (comma categories)
g) Categorias quociente

3) Universais e limites (cap3 do livro texto):
a) Funtores representáveis
b) Lema de Yoneda
c) Limites e co-limites (produtos, co-produtos, equalizadores, co-equalizadores, pull backs, push outs, limites e co-limites filtrados)
d) Grupos em categorias

4) Adjunções (cap4 do livro texto):
a) Adjunções e exemplos
b) Categorias reflexivas
c) Equivalência entre categorias
d) Transformações e composições de adjunções
e) Subconjuntos e funções características
5) Mônadas e álgebras (cap6 do livro texto)
a) Mônadas em uma categoria
b) Álgebras de uma mônada
c) Mônadas e adjunções
d) A categoria de Eilenberg Moore
e) A categoria de Kleisli

6) Monóides (cap7 do livro texto):
(a) Categorias monoidais
(b) Funtores monoidais

(c) Categorias monoidais estritas
(d) Monóides e co-monóides em categorias monoidais
(e) Ações de monóide objetos e co-ações de co-monóide objetos
(f) Homs internos e categorias monoidais fechadas
(g) A categoria simplicial
(h) Categorias monoidais rígidas

7) Categorias abelianas (cap8 do livro texto):
a) Kernels e co-kernels
b) Categorias aditivas
c) Categorias abelianas
d) Categorias de Grothendieck

8) Simetrias e tranças em categorias monoidais (cap11 do livro texto):
a) Categorias monoidais simétricas
b) Categorias monoidais trançadas
c) O grupo de tranças B
d) Bimonóides em categorias monoidais trançadas

BIBLIOGRAFIA:

(1) S. Mc Lane: \Categories for the working mathematician, 2nd Ed.", Springer-Verlag
(2010). (Livro texto)
(2) J. Adamek: \Abstract and concrete categories: the joy of cats", Dover (2009).
(3) F. Borceaux: \Handbook of categorical algebra", Enciclopaedia of Matehmaticas and
its Applications, 50, Cambridge (1994).
(4) P. Etingof, S. Gelaki, D. Nikshych and V. Ostrik: \Tensor categories", (2009). http://www-math.mit.edu/ etingof/tenscat.pdf
(5) H Simmons: \Introduction to category theory", Cambridge (2011).

MODELAGEM MATEMÁTICA: BIOMATEMÁTICA
PRÉ-REQUISITO: x-x
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Modelos de uma única espécie; Modelos determinísticos contínuos e discretos. Equação logística; modelos estocásticos e modelos populacionais; Equações com atraso e Equação de difusão e reação-difusão

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:
I. Introdução a Modelagem Matemática (MM). Livro Texto 1 e 2
1.1. Que é MM e que objetivos pode atingir?
1.2. Construção, estudo e teste de Modelos

II. Modelos de uma única espécie. Livro Texto 1 e 2
2.1 Modelos determinísticos contínuos - revisão EDO através a analise de modelos de uma única espécie.
2.2 Equação logística, tratamento qualitativo.
2.3 Modelos determinísticos discretos: Equação logística discreta, modelo BevertonHolt.
2.4 Modelos estocásticos
2.5 Modelos populacionais de Leslie.

III. Modelos de comunidades. Livro Texto 1 e 2
3.1. Competição: Modelo de competição de Lotka Volterra, Modelos discretos.
3.2. Predação Modelo de presa-predador de Lotka-Volterra Modelos presa-predador com crescimento logístico e a respostas de tipo Holling.
3.3. Mutualismo

IV. Equações com atraso. Livro Texto 3
4.1 Introdução.
4.2 Ciclos periódicos de povoação.
4.3 Controle humano postural.
4.4 O pendulo invertido.

V. Equação de difusão e equações reação-difusão. Livro Texto 4
5.1 Equação logística com difusão espacial.
5.2 Equações de reação difusão. Ondas viajantes.
5.3 A equação de Fisher-Kolmogorov. Exemplo: competição de duas espécies de plantas na floresta amazônica. Soluções autossimilares. Exemplo do estudo da gota de água. Difusão explosiva.

VI. Tópico Livre em modelos de biomatemática: por exemplo: dinâmica de modelos epidemológicos (DSTs, HIV, etc.); modelos em neurociência; matemática do genoma; etc. Livro Texto 2.

BIBLIOGRAFIA (livro texto):
1. Howard Weiss, A Mathematical Introduction to Population Dynamics, IMPA, 27 Coloquio Brasileiro de Matematica (2009)
2. James Murray, Mathematical Biology I: An introduction, Springer (2001) .
3. Thomas Erneux, Applied Delay Differential Equations, Springer (2009)
4. J.Crank, The Mathematics of Diffusion. CUP

Bibliografia complementar:

1. Mark Kot, Mathematical Ecology, Cambridge University Press (2001)
2. James Keener and James L. Sneyd, Mathematical Physiology, Springer (2008)
3.Pierre Tu, Dynamical Systems.

TÓPICOS VARIADOS
Disciplinas que podem ser oferecidas conforme necessidade de uma determinada área de estudo, com ementa variável.

MTM 3301 - ANÁLISE A
Supremo e ínfimo. Espaços métricos. Funções contínuas. Seqüências. Seqüências de Cauchy. Conexidade. Compacidade. Seqüências de funções.

Bibliografia:

1. Marsden, J.: Elementary Classical Analysis. W. H. Freeman, San Francisco, 1974.
2. Rudin, W.: Princípios de Análise Matemática. Livro Técnico, Rio de Janeiro, 1971.