UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA

MTM510012 TEORIA DE DISTRIBUIÇÕES E ESPAÇOS DE SOBOLEV
PRÉ-REQUISITOS: Teoria da medida e integral de Lebesgue, MTM410029 Análise Funcional.
Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: O Espaço das Funções Testes. Densidade. Distribuições em um aberto Ω do R^n. Derivação de distribuições. Distribuições Temperadas. Transformada de Fourier em L^1 (R^n) , S (R^n) e L^2 (R^n). Transformada de Fourier de Distribuições Temperadas. Teorema de Plancherel. Os Espaços de Sobolev $W^{m,p}$ (Ω). Propriedades, Reflexividade, Separabilidade, Dual. O Espaço $W_0^{m,p}$ (Ω). Operadores de Prolongamento. Os Espaços de Sobolev $H^s(Ω)$ e $H^s(\partial Ω)$, s real, Ω subconjunto aberto do R^n. O Teorema do Traço. Aplicações a Equações Diferenciais Parciais. Soluções generalizadas e Existência e Unicidade de Problemas de Valor Inicial e de Fronteira.

OBJETIVO: Introduzir o aluno aos fundamentos da teoria moderna das equações diferenciais parciais e suas aplicações.

PROGRAMA DETALHADO:

1. Revisão de espaços $L^p(Ω)$, p ϵ [1, +□]. [2]

1.1 Definição e propriedades elementares. Teorema de Riesz-Fischer.
1.2 Desigualdades de Hölder e Minkowski
1.3 Reflexividade e separabilidade. Dual .
1.4 Convergência fraca.

2. Distribuições [3]

2.1 O espaço das funções testes. Noção de convergência.
2.2 Convolução com funções de $L^p(Ω)$.
2.3 Sucessão Regularizante. Partição da unicidade.
2.4 Densidade em $L^p(Ω)$.
2.5 Distribuições. Definição e propriedades.
2.6 O espaço das Distribuições. Convergência fraca.
2.6 Funções localmente integráveis e distribuições.
2.7 Derivação de distribuições. Propriedades.

3. Transformada de Fourier. [3]

3.1 O espaço de Schwarzs S (R^n).
3.2 Propriedades. Densidade.
3.3 Distribuições temperadas.
3.4 Transformada de Fourier no espaço de Schwarz.
3.5 Transformada de Fourier no L^2 (R^n).

3.6 Transformada de Fourier de distribuições temperadas. Teorema de Plancharel.

4. Espaços de Sobolev [1]
4.1 Definição e propriedades elementares.
4.2 Geometria dos Espaços de Sobolev.
4.3 Reflexividade . Separabilidade. Dual.
4.4 O Espaço $W_0^{m,p}(\Omega)$.
4.5 Densidade nos Espaços de Sobolev.
4.6 Operadores de prolongamento.
4.7 Os Espaços de Sobolev $H^s(\Omega)$ e $H^s(\partial\Omega)$, s real.

1. 8 Desigualdades de Sobolev. Teoremas de Imersão. Teorema de Rellich - Kondrasov.

4.9 Normas equivalentes. Desigualdade de Poincaré.
4.10 Teorema do traço.

5. Aplicações: Soluções fracas de problemas a valores no contorno elípticos. [3]
5.1 problemas variacionais abstratos: teoremas de Stampachia e de Lax-Milgram.
5.2 Exemplos de problemas a valores no contorno elípticos: o problema de Dirichlet para operadores elípticos de segunda ordem, o sistema da elasticidade, o sistema de Stokes.

BIBLIOGRAFIA PRINCIPAL:

1. Medeiros, L. A., Miranda, M. M., *Espaços de Sobolev*, 2a. Edição, Instituto de Matemática, UFRJ, 2004.
2. Brezis, H., *Analyse Fonctionnelle: théorie et Applicátions*, Masson (1983).
3. Kesavan, S., *Topics in Functional Analysis and Applications*, Wiley (1989).

Bibliografia Complementar:

1. Adams, R. A., *Sobolev Spaces*, Academic Press (1975).
2. Evans, L. C., *Partial differential equations*, American Mathematical Society, 2002.
3. Hörmander, L., The Analysis of Linear Differential Operators I, Distribution Theory and Fourier Analysis, Springer-Verlag, 2ed., 1990
4. Medeiros, L. A. , Rivera, P. H. *Iniciação aos Espaços de Sobolev*, IM-UFRJ, Rio de Janeiro (1977).
5. Renardy, M., Rogers, R.C., *An introduction to partial differential equations*, Springer-Verlag, 1993.