

EXAME QUALIFICAÇÃO ANÁLISE - PPG-MTM-UFSC
Setembro 2020

QUESTÕES - Parte 2 -Duas horas

Observação: Questão 1 é obrigatória. Das questões 2 e 3 fazer somente uma delas.

- 1) Sejam H um espaço de Hilbert, $\{e_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ um conjunto ortonormal completo e $\{T_i\}_{i \in I}$ uma rede limitada em $B(H)$. Mostre que se $\lim_{i \rightarrow \infty} T_i(e_\lambda) = 0$ para todo $\lambda \in \Lambda$, então T_i converge para zero na topologia forte de operadores. Mostre com um contraexemplo que se tirarmos a hipótese de a rede ser limitada, então a conclusão não é necessariamente verdadeira.
- 2) Sejam X espaço normado e Y espaço de Banach. Seja $T_n : X \rightarrow Y$ operador linear compacto para cada n natural. Seja $T : X \rightarrow Y$. Assumir que $\|T_n - T\| \rightarrow 0$. Definir operador compacto e provar que T é compacto. Assim, limite uniforme de operadores compactos é compacto.
- 3) Provar que: o espectro residual de um operador linear limitado auto-adjunto $T : H \rightarrow H$, H espaço de Hilbert complexo é vazio.

Sugestão: Usar teorema da projeção.