



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

MTM410029 Análise Funcional

PRÉ-REQUISITOS: MTM410019 Álgebra Linear e MTM5316 Análise I.

Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Espaços normados, espaços com produto interno, teoremas fundamentais para espaços normados, teoria espectral para operadores lineares em espaços normados e teoria espectral para operadores compactos em espaços normados.

OBJETIVO: Introduzir ao aluno algumas ferramentas de análise funcional, correlacionando as mesmas com as diversas áreas da matemática onde elas são necessárias.

PROGRAMA DETALHADO:

I. Espaços normados e espaços de Banach - Cap. 2 do livro texto 1, seções:

- 2.2. Espaços normados e espaços de Banach.
- 2.3. Propriedades de espaços normados
- 2.4. Espaços normados de dimensão finita
- 2.5. Compacidade e dimensão finita
- 2.6. Operadores lineares
- 2.7. Operadores limitados e contínuos
- 2.8. Funcionais lineares
- 2.9. Operadores lineares em espaços de dimensão finita
- 2.10. Espaços de operadores. Espaço dual

II. Espaços com produto interno e espaços de Hilbert – Cap. 3 do livro texto 1, seções:

- 3.1. Espaços com produto interno. Espaços de Hilbert
- 3.2. Propriedades de espaços com produto interno
- 3.3. Somas diretas e complemento ortogonal
- 3.4. Conjuntos e sequências ortonormais
- 3.5. Séries relacionadas a conjuntos e sequências ortonormais
- 3.6. Conjuntos e séries totalmente ortonormais
- 3.8. Representação de funcionais em espaços de Hilbert
- 3.9. Operador adjunto (de Hilbert)
- 3.10. Operadores auto-adjuntos, unitários e normais.

III. Teoremas fundamentais em espaços normados e espaços de Banach – Cap. 4 do livro texto 1, seções:

- 4.1. Lema de Zorn
- 4.2. Teorema de Hanh-Banach

- 4.3. Teorema de Hahn-Banach para espaços vetoriais complexos e espaços normados
- 4.4. Aplicações à funcionais lineares em $C([a,b])$
- 4.5. Operador adjunto
- 4.6. Espaços reflexivos
- 4.7. Teorema da limitação uniforme
- 4.8. Convergência forte e fraca
- 4.9. Convergência de sequências de operadores e funcionais
- 4.12. Teorema do mapeamento aberto
- 4.13. Teorema do gráfico fechado

IV. Teoria Espectral para operadores lineares – Cap. 7 do livro texto 1, seções:

- 7.1. Teoria espectral em espaços de dimensão finita
- 7.2. Conceitos básicos
- 7.3. Propriedades espectrais de operadores lineares limitados
- 7.4. Mais propriedades do resolvente e do espectro
- 7.5. Uso de análise complexa em teoria espectral
- 7.6. Álgebras de Banach

V. Teoria espectral para operadores compactos – Cap. 2 do livro texto 2, seções:

- 4. Operadores compactos
- 5. A diagonalização de operadores compactos auto-adjuntos
- 7. O teorema espectral e cálculo funcional para operadores compactos normais

BIBLIOGRAFIA:

Livros textos:

- 1. Erwin Kreyszig, *Introductory Functional Analysis with Applications*, John Wiley, 1989.
- 2. Conway, John B., *A Course in Functional Analysis*, 2nd edition, Springer-Verlag, 1994.

Bibliografia complementar:

- 1. Dunford, N.; Schwartz, J. T., *Linear Operators. Part 1 and 2*, John Wiley
- 2. Eidelman, Yuli, Vitali Milman, and Antonis Tsoolomitis, *Functional Analysis: An Introduction*, American Mathematical Society, 2004.
- 3. Hirsch F., Lacombe G., *Elements of Functional Analysis*, Springer 1999.
- 4. Kolmogorov, A. N., Fomin, S. V., *Elementos da Teoria das Funções e de Análise Funcional*. Mir, 1982.
- 5. Rudin, W. K., *Functional Analysis*, Boston, McGraw-Hill, 1991.
- 6. Pietsch, Albrecht, *History of Banach spaces and linear operators*, Birkhauser Boston Inc., 2007.