



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

**MTM510018 Equações Diferenciais Parciais Não Lineares**

**PRÉ-REQUISITOS:** MTM510012 Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev.

**Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS:** 06

**EMENTA** – Funções e distribuições vetoriais. Problemas abstratos. Operador linear não limitado. Teorema de compacidade e lemas de Lions. Método de Faedo-Galerkin para Equações diferenciais parciais de evolução lineares e semilineares. *Método de Potential Well de Satinger. Métodos de monitonía. Teorema de Minty-Brouder-Visik. Derivada de Gateaux de funcional convexo e suas aplicações. Equações: Elíptica, do calor e onda associadas ao operador não linear Pseudo-Laplaciano. Existência e unicidade para o sistema de Navier-Stokes em dimensão  $n > 1$ .*

**OBJETIVOS:** Desenvolver técnicas básicas para o estudo de existência e unicidade de soluções de problemas associados a equações diferenciais parciais hiperbólicas, parabólicas e elípticas não lineares.

**PROGRAMA DETALHADO:**

**I. Distribuições e funções vetoriais (Cap. 1 do livro texto 1).**

- 1.1. Espaços  $L^p(0, T; X)$  e  $D'(0, T; X)$ : Diferenciação e integração;
- 1.2. Teoremas de Imersão (Aubin-Lions, etc...);
- 1.3. Teoremas de Strauss, Stampacchia, Lema de Lions;
- 1.4. Lema de Teman;
- 1.5. Desigualdades de Gronwall.

**II. Problemas abstratos (Cap. 1 do livro texto 1, Cap. 1 do livro texto 2, [1]).**

- 2.1. Teorema de Caracetheodory;
- 2.2. Equação  $u' + Au = f(u)$  com A operador linear não limitado;
- 2.3. Equação  $u'' + Au = f(u)$  com A operador linear não limitado.

**III. Método de compacidade (Cap. 1, 2 e 4 do livro texto 1).**

- 3.1. Soluções fracas e fortes de equações diferenciais parciais hiperbólicas semilineares;
- 3.2. Existência e unicidade;
- 3.3. Método de Galerkin e de aproximações sucessivas;
- 3.4. Aplicações a equações parabólicas e elípticas. Regularidade de soluções;
- 3.5. Método do Poço de Potencial.

#### **IV. Métodos de monotonia (Cap. 2 do livro texto 1, Cap. 2 do livro texto 2).**

- 4.1. Derivada de Gateaux e operadores monótonos;
- 4.2. Teorema de Minty-Brower-Visik;
- 4.3. Equação  $u' + A(u)=f$ ,  $A$  operador não-linear monótono.

#### **V. Soluções Complexas (Cap. 1 do livro texto 1).**

- 5.1. Soluções da equação semilinear de Schrödinger.

#### **VI. Existência e unicidade para o sistema de Navier-Stokes (Cap. 1 do livro texto 1).**

- 6.1. Existência de soluções fracas;
- 6.2. O caso de dimensão 2 – unicidade;
- 6.3. Teorema de existência global de soluções forte.

#### **VII. Introdução à estabilização de soluções de equações diferenciais parciais de evolução.**

(Referências [8], [6] e [5]).

#### **BIBLIOGRAFIA:**

##### ***Livro Texto:***

1. J. L. Lions, *Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires*. Paris: Dunod, 1969.
2. L. Tartar, *Topics in nonlinear analysis*. Orsay, France: Université de Paris-Sud/Département de Mathématiques, 1978.

##### ***Bibliografia complementar:***

- [1] H. Brezis, T. Casenave, *Nonlinear evolution equations, Technical Report, 1994*.
- [2] H. Brezis, *Analyse Fonctionnelle, Théorie et applications*, Masson, Paris, 1983.
- [3] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics, V. 19, AMS, 1998.
- [4] S. Kesavan, *Topics in functional analysis and applications*, New York: Wiley, 1989.
- [5] V. Komornik, *Exact controllability and Stabilization*, J. Wiley-Masson, Paris, 1994.
- [6] C. P. Massarolo, *Estabilização uniforme de soluções de equações diferenciais parciais de evolução*. Dissertação de mestrado, UFSC (Março/2000).
- [7] L. A. Medeiros, *Lições de equações diferenciais parciais*. Rio de Janeiro: IM-UFRJ, 2001.
- [8] C. S. Morawetz, *The decay of solutions of the exterior initial-boundary value problem for the wave equation*, Comm. Pure Appl. Math. 14 (1961), 561-568.
- [9] W. A. Strauss, *The energy method in nonlinear partial differential equations*. Rio de Janeiro: IMPA, 1969.
- [11] R. Teman, *Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics*, Springer, 1997.
- [12] R. Teman, *Navier-Stokes Equations: Theory and Numerical Analysis*, American Mathematical Society, 2000.