

PROGRAMA DO EXAME DE QUALIFICAÇÃO EM ANÁLISE

1. Fundamentos ([Mk], [Roy])

1.1 Espaços topológicos; bases, axiomas de separação, topologias produto e induzida, teoremas de Tychonoff e de extensão de Tietze e lemma de Urysohn.

2. Medida e Integração ([Ba], [Fo], [Ha], [Roy], [RF], [Ru])

2.1 Álgebras e σ -álgebras

2.2 Medidas finitas, σ -finitas, completas (espaço de medida completo).

2.3 Medida exterior, teorema de Carathéodory

2.4 Funções mensuráveis, definições de $\int_A F d\mu$

2.5 Teoremas de convergência

2.6 Espaços L^p

2.7 Convergência em medida, teorema de Tonelli

2.8 Medida produto, teoremas de Fubini e Tonelli

2.9 Medidas de Borel, medida de Lebesgue em \mathbb{R}^n , conexões com a integral de Riemann.

2.10 Medidas com sinal e medidas complexas; teoremas de decomposição de Hahn, Jordan e Lebesgue, teorema de Radon-Nikodým.

3. Espaços Normados ([Kr], [Mp], [Roy], [Ru])

3.1 Espaços normados: $C(X)$, $C_0(X)$, l^p , espaços de Hilbert.

3.2 Séries de Fourier; séries trigonométricas, sistemas ortonormais completos, fórmula de Parseval, Teorema de Riesz-Fischer.

3.3 Operadores lineares e funcionais; espaço dual.

3.4 Teoremas de Hahn-Banach, Mapeamento aberto, Gráfico fechado, Princípio da limitação uniforme.

3.5 Teoremas de Stone-Weierstrass e Arzelà-Ascoli.

3.6 Topologia fraca e fraca*, teorema de Alaoglu.

3.7 Teorema espectral para operador compacto auto-adjunto.

BIBLIOGRAFIA:

1. [Ba] Bartle, R., *The Elements of Integration and Lebesgue Measure*, Wiley-Interscience.
2. [Fo] Folland, G. B., *Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications*, Wiley.
3. [Ha] Halmos, P. R., *Measure Theory*, Springer.
4. [Kr] Kreyszig, E., *Introductory Functional Analysis with Applications*, Wiley.
5. [Mk] Munkres, J. R., *Topology*, Pearson.
6. [Mp] Murphy, G. J., *C*-Algebras and Operator Theory*, Academic Press.
7. [Roy] Royden, H. L., *Real Analysis*, Pearson.
8. [RF] Royden, H. L., Fitzpatrick, P., *Real Analysis*, Pearson.
9. [Ru] Rudin, W., *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill Education.