



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE DISCIPLINA PARA O ENSINO REMOTO

DADOS DA DISCIPLINA
Nome: Cálculo Variacional e Otimização em Espaços de Banach
Periodicidade de oferecimento da disciplina: (<input checked="" type="checkbox"/>) Anual (<input type="checkbox"/>) Semestral (<input type="checkbox"/>) Esporádica
Ano/Período a ser oferecida pela primeira vez: 2019-1

CARGA HORÁRIA		
Hora-aula total: 90	Número de crédito total: 06	
Atividades síncronas: 20% da carga horária total // Atividades assíncronas: 80% da carga horária total		
Especifique como será distribuída a carga horária da disciplina conforme orientado abaixo:		
Carga horária teórica: 06 (1 crédito = CH 15)	Carga horária prática: 00 (1 crédito = CH 45)	Carga horária teórico-prática: 00 (1 crédito = CH 30)
x		
Alteração de disciplina: (<input checked="" type="checkbox"/>) Não (<input type="checkbox"/>) Sim: Código ou nome da disciplina a ser alterada: _____		
Nível a ser oferecida: (<input type="checkbox"/>) Mestrado (<input type="checkbox"/>) Doutorado (<input checked="" type="checkbox"/>) Mestrado e Doutorado		
Tipo de Disciplina		
Mestrado: (<input checked="" type="checkbox"/>) Eletiva - (<input type="checkbox"/>) Obrigatória	Doutorado: (<input checked="" type="checkbox"/>) Eletiva - (<input type="checkbox"/>) Obrigatória	

Docente responsável:
Fabio Silva Botelho

EMENTA:
1- Funcionais em espaços de Banach e a primeira Variação à Gâteaux: Equações de Euler-Lagrange, minimização de funcionais Convexos, condições de otimalidade de primeira ordem, a segunda variação à Gateaux, condições suficientes de segunda ordem.,
2- Tópicos em espaços de Banach, espaços duais, topologias fracas e fraca estrela, teoremas de Hahn-Banach, Banach Alaoglu e Kakutani, semi-continuidade inferior fraca, sub-gradientes e sub-diferenciabilidade. Existência de extremos globais no caso convexo.
3- Teoria da Dualidade: transformadas de Fenchel e de Legendre, formulações variacionais duais em análise convexa e não-convexa, relações entre os extremos dos problemas primais e duais. Princípios de dualidade e princípios tipo mín-máx em casos convexos e não-convexos. Princípio variacional de Ekeland.
4- Extremos com restrições em espaços de Banach, o teorema dos multiplicadores de Lagrange em espaços de Banach. Condições de segunda ordem em espaços de Banach.
5- Extremos para para funcionais em espaços de funções suaves por partes. As condições de Weierstrass- Erdmann. O método de Weierstrass para extremos globais, função Excesso de Weierstrass. Funções estacionárias, Campos vetoriais exatos e a integral invariante de Hilbert.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Campos centrais e a condição de Jacob.

OBEJTIVOS:

Propiciar ao estudante de matemática aplicada ou pura uma sólida base em análise variacional e otimização em espaços de Banach, viabilizando aplicações em pesquisas em diversos campos da matemática, tais como otimização e controle, equações diferenciais parciais, análise funcional aplicada e outras.

PROGRAMA DETALHADO:

Unidade 1 – Funcionais em espaços de Banach e a primeira variação à Gâteaux
(Capítulo 9 do livro texto)

- Os espaços $C([a,b])$ e $C^1([a,b])$ como espaços de Banach.
- Funcionais em espaços de Banach, definição e exemplos.
- A primeira variação à Gâteaux. Equações de Euler-Lagrange.
- Mínimos locais e globais e direções admissíveis. Condição de otimalidade de primeira ordem.

Unidade 2 – Funcionais convexos em espaços de Banach
(Capítulo 2 da bibliografia complementar 2)

- Condições suficientes de otimalidade global para o caso convexo.
- Condições de contorno naturais, problemas com extremos livres.
- Condições de contorno naturais essenciais.
- A segunda variação à Gâteaux.
- Relação entre convexidade e positividade definida da segunda variação.

Unidade 3 – Funcionais em espaços de funções escalares de n variáveis-
(Capítulo 3 da bibliografia complementar 2)

- Equações de Euler-Lagrange.
- Funcionais contínuos em tais espaços
- Prova formal para a fórmula da primeira variação à Gâteaux.

Unidade 4- Tópicos em Espaços de Banach
(Capítulo 2 do livro texto)

- O teorema de Hahn-Banach na forma analítica.
- Espaço dual topológico de um espaço de Banach.
- Teorema de Hahn-Banach na forma geométrica.
- Topologias fracas e estrela-fracas.
- Espaços reflexivos.
- O teorema de Banach-Alaoglu.
- O teorema de Kakutani.

Unidade 5- Tópicos de Análise Convexa e Dualidade
(Capítulo 10 do livro texto)

- Conjuntos e funções convexas
- Semi-continuidade-inferior fraca
- Envelope convexo de um funcional



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

- O funcional polar
- O funcional bi-polar e a regularização convexa.
- Diferenciabilidades à Gâteaux e à Fréchet.
- Sub-gradientes e sub-diferenciabilidade
- O operador adjunto
- Continuidade de funções convexas
- A transformada de Legendre e o funcional de Legendre.
- Formulações variacionais duais em análise convexa e não-convexa
- O problema da minimização da diferença entre duas funções convexas e a respectiva formulação dual.
- Formulações variacionais duais para modelos em mecânica e elasticidade.
- *Princípios de dualidade e princípios do tipo mín-máx em casos convexos e não-convexos.*
- *O Princípio variacional de Ekeland.*

Unidade 6- Otimização em espaços de Banach com restrições e outros tópicos em cálculo variacional: (Capítulo 11 do livro texto e capítulos 7 e 9 da bibliografia complementar 2)

- Problemas com restrições. O teorema dos multiplicadores de Lagrange em espaços de Banach.
- A Lagrangeana e condições de segunda ordem para problemas com restrições em espaços de Banach
- Problemas em espaços de funções escalares e vetoriais a uma variável suaves por partes. As condições de Weierstrass- Erdmann.
- A condição de Legendre-Hadamard.
- Problemas com ponto final variável, condições de transversalidade.
- O método de Weierstrass e a função Excesso de Weierstrass.
- Funções estacionárias
- Campos vetoriais exatos e a integral invariante de Hilbert.
- Campos centrais e a condição de Jacob.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO

Mestrado: Matemática Aplicada

Doutorado: Matemática Aplicada

METODOLOGIA

O professor deverá desenvolver cuidadosamente os tópicos do conteúdo programático com aulas expositivas teóricas e de exercícios. Todas as demonstrações devem ser feitas em detalhes e de maneira transparente.

FORMA DE AVALIAÇÃO

Serão três provas escritas e sem consulta. A nota final será a média aritmética das três avaliações.

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto:

1-F.S. Botelho, Functional Analysis and Applied Optimization in Banach Spaces, Springer Switzerland, 2014.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Bibliografia Complementar;

2-J.L. Troutaman, Variational Calculus and Optimal Control, Springer-Verlag, New York, 1996.

3-H. Brézis: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, New York, 2010.

JUSTIFICATIVA DO DOCENTE PARA A OFERTA DA DISCIPLINA

A disciplina é muito importante para os estudantes de Matemática Aplicada. É fundamental para todo pesquisador em matemática aplicada ter uma base sólida em cálculo de variacional e tópicos correlatos de análise funcional.

De fato, os tópicos desta disciplina podem aplicados a pesquisas em diversas áreas, tais como em otimização e controle, problemas aplicados em equações diferenciais parciais e em tópicos de análise funcional aplicada.