



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

**MTM410020 Variável Complexa – ENSINO REMOTO**

**PRÉ-REQUISITO:** MTM410019 Álgebra Linear e Análise

**Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS:** 06

**ATIVIDADES SÍNCRONAS:** 40% da carga horária total

**ATIVIDADES ASSÍNCRONAS:** 60% da carga horária total

**EMENTA** – Números complexos. Seqüências no plano complexo. A esfera de Riemann. Funções de uma variável complexa. Condições de Cauchy-Riemann. Integração de funções complexas. Teorema de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy. Teorema de Goursat. Funções analíticas e séries de potências. Séries de Laurent. Cálculos de integrais com resíduos. Transformações conformes e suas aplicações. Continuação analítica. Introdução às superfícies de Riemann.

**OBJETIVO:** Propiciar ao aluno condições de dominar e aplicar os conceitos relativos às funções de uma variável complexa.

**PROGRAMA DETALHADO:**

**I. Rápida revisão de números complexos baseada no Cap. 1 do livro texto:**

1. Os números reais
2. O corpo dos números complexos
3. O plano complexo
4. Representação polar e raízes de números complexos
5. Retas e semi-planos no plano complexo
6. O plano estendido e sua representação esférica

**II. Propriedades Elementares e Exemplos de Funções Analíticas - Cap. 3 do livro texto:**

1. Séries de potência
2. Funções analíticas
3. Funções analíticas como aplicações; transformações de Mobius

**III. Integração Complexa - Cap. 4 do livro texto:**

1. Integrais de Riemann-Stieltjes
2. Representações de funções analíticas por séries de potências
3. Zeros de uma função analítica
4. O índice de uma curva fechada
5. Teorema de Cauchy e a Fórmula Integral
6. A versão homotópica do Teorema de Cauchy e conexidade simples
7. Contando zeros; o Teorema da Aplicação Aberta
8. Teorema de Goursat

#### **IV. Singularidades - Cap. 5 do livro texto:**

1. Classificação de singularidades
2. Resíduos
3. O Princípio do Argumento

#### **V. O Teorema do Módulo Máximo - Cap. 6 do livro texto:**

1. O Princípio do Máximo
2. Lema de Schwarz
3. Funções convexas e o Teorema dos Três Círculos de Hadamard
4. Teorema de Phragmen-Lindelof

#### **VI. Compacidade e Convergência no Espaço das Funções Analíticas – Cap. 7 do livro texto**

1. O espaço das funções contínuas  $C(G, \mathbb{Q})$
2. Espaços de funções analíticas
3. Espaços de funções meromorfas
4. Teorema da Aplicação de Riemann
5. Teorema da Fatoração de Weierstrass
6. Fatoração da função seno
7. A função gamma
8. A função zeta de Riemann

#### **VII. Continuação Analítica e Superfícies de Riemann - Cap. 9 do livro texto:**

1. O Princípio de Reflexão de Schwarz
2. Continuação Analítica ao longo de um caminho
3. Teorema da Monodromia
4. Espaços topológicos e sistemas de vizinhanças
5. O feixe de germes de funções analíticas sobre um conjunto aberto

#### **BIBLIOGRAFIA:**

##### **Livro texto:**

CONWAY, J. B. - *Functions of One Complex Variable*, Berlin, Springer-Verlag, 1978.

##### **Bibliografia complementar:**

1. AHLFORS, L. - *Complex Analysis*. New York, McGraw-Will, 1966.
2. CARTAN, H. - *Théorie Élementaire des Fonctions Analytiques d'une ou Plusieurs Variables Complexes*. Paris, Hermann, 1961.
3. LANG, S. - *Complex Analysis*, 4th edition, Springer-Verlag, 1999, 485p.
4. STEIN, E., SHAKARCHI, R., *Complex Analysis*, Princeton Lectures in Analysis, Princeton University Press, 2003, 379p.

##### **Bibliografia complementar para o ensino remoto:**

Notas de aula "Funções de Uma Variável Complexa", do professor Sérgio Zani, ICMC-USP, disponíveis em <https://sites.icmc.usp.br/szani/complexa.pdf>